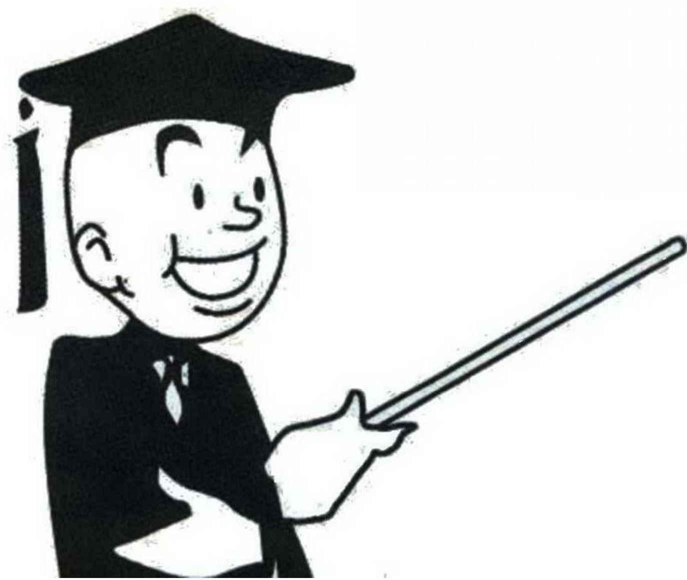
تم بيع أكثر من ٣٠ مليون نسخة من ملخصات شوم!

الجبر الأساسى

ملخصات شوم
إيزى

- يغطى جميع أساسيات المنهج
- يحتوى على الكثير من المسائل المحلولة حلاً كاملاً
- أفضل وسيلة دقيقة وموجزة لمساعدة الطالب على التفوق والنجاح



د. ريتش

الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ش.م.م.
مصر

الجبـر الأساسى

المؤلف
د. بارنيت ريتش

مراجعة
د. فيليب شميت

اختصار
برندا برادفورد

ترجمة
مهندس/ سعيد فرج إسكندر
مهندس بالتعليم الفنى

الدار الدولية للاستثمارات الثقافية ش.م.م
مصر

حقوق النشر

Elementary Algebra

by

Barnett Rich

للدار الدولية للاستثمارات الثقافية

8 إبراهيم العرابى - النزهة الجديدة - مصر الجديدة - القاهرة - ج . م . ع .

ص . ب : 5599 هليوبوليس غرب/ القاهرة - تليفون : 6222105/6221944 فاكس : 6221944 (00202)

بريد إلكترونى : ihci@link.net

رقم الإيداع 2003/9480

I.S.B.N: 977-282-144-3

كتب أخرى فى
سلسلة ملخصات شوم إيـزى

ملخص شوم إيـزى : الفيزياء العامة
ملخص شوم إيـزى : الفيزياء التطبيقية
ملخص شوم إيـزى : الكهرومغناطيسيات
ملخص شوم إيـزى : الكيمياء العامة
ملخص شوم إيـزى : الكيمياء العضوية
ملخص شوم إيـزى : البيولوچيا
ملخص شوم إيـزى : البيولوچيا الجزيئية وبيولوچيا الخلية
ملخص شوم إيـزى : الوراثة
ملخص شوم إيـزى : الجبر العام
ملخص شوم إيـزى : الإحصاء
ملخص شوم إيـزى : الاحتمالات والإحصاء
ملخص شوم إيـزى : حساب التفاضل والتكامل
ملخص شوم إيـزى : مبادئ التفاضل والتكامل
ملخص شوم إيـزى : مرجع رياضى لأهم القوانين والجداول
ملخص شوم إيـزى : حساب المثلثات
ملخص شوم إيـزى : الرياضيات المنفصلة
ملخص شوم إيـزى : علم الهندسة
ملخص شوم إيـزى : البرمجة بلغة ++C
ملخص شوم إيـزى : البرمجة بلغة JAVA
ملخص شوم إيـزى : أساسيات الكهرباء
ملخص شوم إيـزى : مبادئ الاقتصاد
ملخص شوم إيـزى : الإحصاء التجارى
ملخص شوم إيـزى : مبادئ المحاسبة
ملخص شوم إيـزى : مقدمة فى علم النفس

بارنيت ريتش Barnet Rich

حصل بارنيت ريتش على شهادة الدكتوراه من جامعة كولومبيا وشهادة J.D. من جامعة نيويورك. أسس مدرسة نيويورك العليا للموسيقى والفنون ورأس مدرسة بروكلين الثانوية الفنية كما درّس فى جامعة سيتى بولاية نيويورك وكولومبيا.

فيليب شميت Philip A. Schmidt

حصل فيليب شميت على شهادة البكالوريوس فى العلوم من كلية بروكلين وشهادتى الماجستير والدكتوراه من جامعة سيراكيوز وشغل منصب مسئول مشارك للخدمات الأكاديمية بكلية بيريا فى كنتاكى، كما شغل منصب عميد معهد التربية فى جامعة ولاية نيويورك فى نيوبالتس.

برندا برادفورد Brenda Bradford

عملت برندا برادفورد فى تدريس مادة الرياضيات فى المدارس الثانوية لمدة تزيد عن ثلاثين عامًا. وتعمل حاليًا مدرسة لمادة الرياضيات وعلوم الكمبيوتر للدراسات المتقدمة فى المدارس العامة فى دالاس كما تعمل مستشارة متخصصة فى برامج إعداد المعلمين، وهى حاصلة على بكالوريوس العلوم من جامعة دالاس المعمدانية وشهادة الماجستير فى العلوم من جامعة الينوى الشمالية.

المحتويات

الفصل الأول
من الحساب إلى الجبر
From Arithmetic to Algebra

فى هذا الفصل:

- ✔ تمثيل الأعداد بالحروف
- ✔ تبديل الأعداد فى عمليات الجمع والضرب
- ✔ استخدام الرموز فى التعبير عن العمليات الجبرية
- ✔ استخدام الرموز فى التعبير عن عمليات الضرب والقسمة الجبرية
- ✔ تمثيل عمليتين أو أكثر جبريًا
- ✔ ترتيب العمليات الجبرية
- ✔ الضرب التكرارى للعوامل: الأساس والأس والقوى الأسية
- ✔ إدماج الحدود المتشابهة والغير متشابهة
- ✔ إشارات الأعداد

تمثيل الأعداد بالحروف

Representing Numbers by Letters

فى هذا الفصل سنقوم بالتعريف الجبرى للعمليات الحسابية وللجبر الحسابى أربعة عمليات أساسية هى:

1. الجمع Addition (Sum).
2. الطرح Subtraction (Difference).
3. الضرب Product (Multiplication).
4. القسمة Division (Quotient).

فى العمليات الجبرية يمكن استخدام الحروف لتمثيل الأعداد وباستخدام الحروف والرموز الرياضية يمكن تحويل العلاقات المركبة إلى علاقات جبرية بسيطة.

معادلة كلامية Verbal Statement	معادلة جبرية Algebraic Statement
سبعة أمثال عدد يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ستة أمثال العدد.	$7n - n = 6n$

عند ضرب عدد فى حرف أو رمز رياضى يمكن حذف إشارة الضرب.

مسألة 1.1: أوجد حاصل ضرب الآتى بدون استخدام إشارة الضرب.

Problem 1.1: State the product below without using a multiplication sign.

a) $7 \times y$

الحل: a) $7y$

مسألة 1.2: استبدل الجملة الكلامية الآتية بمعادلات جبرية بسيطة.

Problem 1.2: Replace the verbal statement with an equivalent algebraic equation.

a) إذا كان ستة أمثال عدد مطروحًا من العدد الأصلى كان الناتج خمسة أمثال العدد.

a) If 6 times a number is reduced by the same number, the result must be 5 times the number.

الحل. a) $6n - n = 5n$

تبديل الأعداد فى عمليات الجمع والضرب

Interchanging Numbers in Addition and Multiplication

تبديل الأعداد فى عمليات الجمع

Interchanging Numbers in Addition

يعرف العدد المجموع بأنه مجموعة الأعداد التى يتم جمعها. فى المثال $5 + 3 = 8$ الأعداد المجموعة هى 5، 3 ويمكن أيضًا جمع الرموز التى تمثل أعداد وهى تعرف بالرمز المجموع (Literal Addends) كما هو موضح بالمثال الآتى: $5 + a = 8$

ويمثل العدد المجموع 5 والحرف a.



تذكر!

تبديل الأعداد عند عملية الجمع لا يغير من ناتج الجمع ويسمى هذا قانون التبديل للجمع Commutative Law for Addition.

$$2 + 3 = 3 + 2 \quad \text{and} \quad a + b = b + a$$

ويستخدم قانون التبديل فى تبسيط العمليات الحسابية عند الجمع.

مثال 1.1: استخدم خاصية التبديل فى تبسيط عملية الجمع الآتية:

Example 1.1: Simplify the addition by interchanging addends:

a) $20 + 73 + 280$

الحل

a) $20 + 280 + 73$

$300 \quad 73 = 373$

استخدام خاصية تبديل الأعداد فى عمليات الضرب

Interchanging Numbers in Multiplication

تعرف الأعداد التى تستخدم فى عملية الضرب بالمعاملات. فى العملية الجبرية $5 \times 3 = 15$، المعاملات هى 5، 3 ويمكن استخدام المعاملات كرموز تمثل أعداد وتسمى بالمعاملات الحرفية Literal Factors وهكذا فى العملية الجبرية $5 \times a = 15$ المعامل العددى 5، والمعامل الرمزى a.

ملاحظة

استخدام خاصية تبديل الأعداد فى عمليات الضرب لا يغير من ناتج الضرب.
ويسمى هذا قانون التبديل للضرب Commutative Law for Multiplication:

$$2 \times 5 = 5 \times 2 \quad \text{and} \quad ab = ba$$

ويستخدم قانون التبديل لتبسيط العمليات الحسابية عند الضرب.

مثال 1.2: بسط عملية الضرب الآتية باستخدام خاصية التبديل:

Example 1.2: Simplify the multiplication by interchanging factors:

a) $15 \times 19 \times 4 \times 2$

الحل:

a) $25 \times 4 \times 19 \times 2$

$100 \times 38 = 3800$

استخدام الرموز فى التعبير عن العمليات الجبرية

Expressing Operations Algebraically

رموز العمليات الجبرية Symbolizing the Operations in Algebra

يتم ترميز العمليات الجبرية الأساسية كالآتى:

1. الجمع: +
2. الطرح: -
3. الضرب: ×، ()، •، بدون إشارة
4. القسمة: ÷، :، ـــــ

وتعنى $4+n$ عملية جمع وذلك بإضافة العدد 4 إلى العدد n،

وتعنى عملية الضرب $4\times n$، $4(n)$، $4\bullet n$ ضرب العدد 4 فى العدد n.

وعملية الطرح $n-4$ تعنى طرح العدد 4 من العدد n.

وعملية القسمة $n\div 4$، $n:4$، $\frac{n}{4}$، تعنى قسمة العدد n على العدد 4.

مسألة 1.3: ارمز للعمليات الجبرية الآتية مستخدمًا إشارة الضرب:

a) مضروب العدد 8 فى العدد 11 b) مضروب b فى العدد c.

Problem 1.3: Symbolize each, using multiplication signs:

a) 8 times 11,
b) b times c

الحل:
a) 8×11, $8\bullet 11$, $8(11)$, or $(8)(11)$
b) $b\bullet c$, or bc (تجنب $b\times c$)

✓ يجب أن تعرف

القسمة على العدد صفر هى عملية غير ممكنة ولذلك عندما $n=0$ فإن $\frac{3}{0}$ ليس لها معنى، وكذلك $\frac{4}{n}$.

مسألة 1.4: بين متى تكون عمليات القسمة الآتية غير ممكنة؟

Problem 1.4: When is each division impossible?

a) $\frac{10}{b}$ b) $\frac{8}{x-5}$

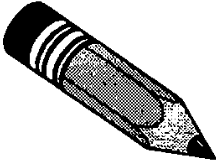
الحل: a) إذا كانت $b=0$، b) إذا كانت $x=5$

التعبير عن عمليات الجمع والطرح الجبرية

Expressing Addition and Subtraction Algebraically

لتحويل المعادلات الكلامية إلى معادلات جبرية أهمية عظمى في العمليات الجبرية. ويرمز لعمليات الجمع والطرح الجبرية بتعبيرات خاصة كما هو موضح بالجدول.

كلمات ترمز لعمليات الجمع Words Denoting Addition		كلمات ترمز لعمليات الطرح Words Denoting Subtraction	
Sum مجموع	Less than أصغر من	Difference الفرق	Less than أقل من
Plus إضافة	Greater than أكبر من	Minus طرح	Smaller than أصغر من
Gain مكسب	Larger than أكبر من	Less أقل	Fewer than أقل من
Increase يزيد	Enlarge مضاعفة	Decrease يقل	Shorten أقل من



مسألة 1.5: إذا كان n يمثل عدد عبر عن الجمل الكلامية الآتية جبريًا:

a) مجموع العدد 7   b) يقل عن العدد بمقدار 25

Problem 1.5: If n represents a number, express algebraically:

a) the sum of the number and 7.

b) 25 less than the number

الحل.

a) $n + 7$ or $7 + n$

b) $n - 25$

مسألة 1.6: عبر عن الجملة الآتية جبريًا:

a) سعر 60 دولار أقل من p دولار.

Problem 1.6: Express the statement below algebraically:

a) a price 60 dollars cheaper than p dollars.

الحل

a) $p - 60$

استخدام الرموز فى التعبير عن عمليات الضرب والقسمة الجبرية

Expressing Multiplication and Division Algebraically

من الأساسيات الضرورية معرفة تحويل الجمل الكلامية التى تشمل عمليات الضرب والقسمة إلى معادلات جبرية ويمكن التعبير عن هذه العمليات بكلمات أو مصطلحات كما هو موضح بالجدول.

كلمات ترمز لعمليات القسمة Words Denoting Division		كلمات ترمز لعمليات الضرب Words Denoting Multiplication	
نسبة Ratio	مقسوم على Divided by	ضعف Double	مضروب فى Multiplied by
نصف Half	ناتج قسمة Quotient	ثلاثى Triple	ضرب Times
		أربعة أمثال Quadruple	ضرب Product
		خمسة أمثال Quintuple	مرتين Twice

✓ يجب أن تعرف

عند ضرب عددين يمكن تبديل العددين ولذلك حاصل ضرب n، 10 يمكن كتابته بالصورة الآتية $n10$ أو $10n$ ويفضل الصورة الثانية. إلا أنه عند قسمة عدد على آخر لا يمكن تبديل وضع العددين. فالعدد المقسوم على 20 يكتب على الصورة الآتية $\frac{n}{20}$ ولا يمكن كتابته على الصورة $\frac{20}{n}$.

مسألة 1.7: ما هى العبارات التى يمكن أن تمثل العلاقة الجبرية الآتية؟

Problem 1.7: What statements may be represented by the operation below?

a) $\frac{5w}{7}$

Ans.	1. five-sevenths of w.	1. خمسة أسباع w.	الحل:
	2. $5w$ divided by 7.	2. $5w$ مقسوم على 7.	
	3. quotient of $5w$ and 7.	3. ناتج قسمة $5w$ ، 7.	
	4. ratio of $5w$ to 7.	4. النسبة بين $5w$ ، 7.	

تمثيل عمليتين أو أكثر جبريًا

Expressing Two or More Operations Algebraically

تستخدم الأقواس ( ) للتعامل مع مجموعة الأعداد كعدد واحد وذلك عند مضاعفة مجموع العدد 4، x يكتب على الصورة الآتية $2(4 + x)$.

Problem 1.8: Express algebraically: **مسألة 1.8:** عبر جبريًا عما يأتى:

a) a increased by twice b.

a) زيادة العدد a بضعف العدد b.

الحل: a) $a + 2b$

b) 30 decreased by 3 times c.

b) 30 تنقص بثلاثة أمثال العدد c.

الحل: b) $30 - 3c$

c) the average of s and 20.

c) متوسط العددين 20، s.

الحل: c) $\frac{s+20}{2}$

d) $\frac{2}{3}$ مجموع العددين n، $\frac{3}{7}p$.

d) two-thirds the sum of n and three-sevenths of p.

الحل: d) $\frac{2}{3}\left(n+\frac{3p}{7}\right)$

Order of Operations ترتيب العمليات الجبرية

عند إيجاد الناتج لمجموعة من العمليات الجبرية المختلفة يجب إجراء العمليات الجبرية بترتيب معين. عمليات الضرب تسبق عمليات الجمع والطرح.

مثال 1.3: أوجد ناتج العمليات الجبرية الآتية:

Example 1.3: Evaluate the following numerical expression:

a) $3 + 4 \times 2$

الحل:

a) 1. أوجد حاصل الضرب والقسمة أولاً من الشمال إلى اليمين.

$$3 + 4 \times 2 \quad \Rightarrow \quad 3 + 8$$

2. أوجد ناتج حاصل الجمع أو الطرح حسب المطلوبة من الشمال إلى اليمين.

الحل: 11

القوانين والخطوات السابقة تظل ثابتة لجميع العمليات الجبرية ويجب التعويض أولاً عن قيم الرموز فى المعادلات الجبرية كما هو موضح بالمثال الآتى:

مثال 1.4: أوجد ناتج العمليات الجبرية الآتية:

Example 1.4: Evaluate the following algebraic expression:

a) $x + 2y - \frac{z}{5}$ عندما $x = 5,\ y = 3,\ z = 20$

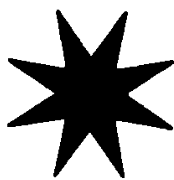
الحل: a) 1. عوض عن قيم كل رمز من القيم المعطاة:

$$5 + 2(3) - \frac{20}{5}$$

2. قم بعمليات الضرب والقسمة من الشمال إلى اليمين.

3. قم بعمليات الجمع والطرح من الشمال إلى اليمين لتحصل على الناتج 7.

$$5 + 6 - 4 = 7$$



نقاط ضرورية

تغير الأقواس من ترتيب العمليات الجبرية ولذلك عند إيجاد ناتج $2(4+3)$ تتم عملية جمع ما بداخل القوس أولاً ثم تتم عمليات الضرب.

مثال 1.5: أوجد ناتج المعادلات الجبرية الآتية التى تشمل الأقواس:

Example 1.5: Evaluate the following algebraic expression containing parentheses:

a) $2(a+b)+3a-\frac{b}{2}$ إذا كان $a=7,\ b=2.$

الحل: a) 1. عوض عن القيمة المعطاة لكل رمز.

$$2(a+b)+3a-\frac{b}{2} \quad \Rightarrow \quad 2(7+2)+3(7)-\frac{2}{2}$$

2. أوجد قيمة ما بداخل الأقواس: $2(9)+3(7)-\frac{2}{2}$.

3. أوجد ناتج الضرب والقسمة من الشمال إلى اليمين: $18+21-1$

4. أوجد ناتج الجمع والطرح من الشمال إلى اليمين. **الحل:** 38

الضرب التكرارى للعوامل: الأساس والأس والقوى الأسية

Repeated Multiplying of a Factor: Base, Exponent, and Power

$$(\text{Base})^{\text{exponent}} = \text{Power}$$

(الأساس)^الأس = القوى الأسية

فى العملية الحسابية $2\bullet2\bullet2\bullet2\bullet2$، يتم الضرب التكرارى للعدد 2 ويمكن كتابة هذه العملية على الصورة الأسية 2^5 حيث أن العامل

المكرر 2 هو **الأساس** والعدد 5 هو **الأس** ويكتب أعلى العدد 2 جهة اليمين. ويكون الناتج هو 32 ويسمى **القوى الأسية** الخامسة للعدد 2.

الأس هو عدد يبين عدد مرات تكرار الأساس لكونه عامل تكرار ولذلك عند كتابة المعادلة الجبرية $b \bullet b$ أو $b^2 = 81$ تكون b هى الأساس والعدد 2 هو الأس والناتج 81 هو القوى الأسية الثانية للعدد.

ملاحظة!

يمكن قراءة b^2 كمربع للعدد b أو القوى الأسية الثانية للعدد b.

مسألة 1.9: اكتب العمليات الجبرية الآتية مستخدمًا الأس والأساس:

Problem 1.9: Write each, using bases and exponents:

a) $3 \bullet 3 \bullet 7 \bullet 7$ **b)** $bbbbb$ **c)** $2(a + b)(a + b)$

الحل: a) $3^2 7^2$ b) b^5 c) $2(a + b)^2$

مسألة 1.10: اكتب العمليات الجبرية الآتية بدون استخدام الأس:

Problem 1.10: Write each without using exponents:

a) $5 \bullet 7^3 \bullet 8$ **b)** $6(5y)^2$

الحل: a) $5 \bullet 7 \bullet 7 \bullet 7 \bullet 8$ b) $6(5y)(5y)$

مسألة 1.11: أوجد ناتج ما يأتى:

Problem 1.11: Evaluate the following:

a) $\frac{1}{2} \bullet 2^4 \bullet 3^2$ **b)** $(3 + 4^2)(3^3 - 5^2)$

الحل: a) $\frac{1}{2} \bullet 16 \bullet 9 = 72$ b) $19 \bullet 2 = 38$

مسألة 1.12: أوجد ناتج ما يأتى إذا كان: **Problem 1.12**: Evaluate if:

$a = 5,\ b = 1$, and $c = 10$

a) $(2a)^2$ b) $(c + 3b)^2$

الحل: a) $10^2 = 100$ b) $13^2 = 169$

إدماج الحدود المتشابهة والغير متشابهة

Combining Like and Unlike Terms

الحدود المتشابهة هى حدود لها نفس العوامـل الرمزيـة متشابهـة الأس والأساس.

Unlike Terms الحدود الغير متشابهة	Like Terms الحدود المتشابهة
$7x$ and $5y$	$7x$ and $5x$
$8a^2$ and a^3	$8a^2$ and a^2

تذكر أن الأس يكتب فوق العدد مباشرة.

مثال 1.6: اجمع المعادلات الجبرية الآتية:

Example 1.6: Combine the following:

a) $7x + 5x - 3x$

الحل: a) 1. اجمع أو اطرح المعاملات العددية حسب الإشارة:

$$7x + 5x - 3x \quad \Rightarrow \quad 7 + 5 - 3 = 9$$

2. احتفظ بالرمز المشترك ليكون الناتج $9x$.

مسألة 1.13: بسط العمليات الجبرية الآتية باستخدام خاصية دمج الحدود المتشابهة:

Problem 1.13: Simplify each expression by combining like terms:

a) $18a + 12a - 10$ b) $6b + 20b + 2c - c$

الحل: a) $30a - 10$ b) $26b + c$

استخدام الرموز فى العمليات الجبرية

Symbolizing the Operations in Algebra

إشارات الأعداد إما إشارات موجبة أو إشارات سالبة وهـــى تســتخدم لتمثيل كميتين كل منهما عكس الأخرى. إذا كان 25+ تمثل 25° فوق الصفر المئوى فإن 25− تمثل 25° تحت الصفر المئوى.

هــام!

بينما يرمز للعدد السالب بالإشارة الســالبة (−)، يرمــز للعــدد الموجــب بالإشـــارة الموجبة (+) أو يكتب العدد بـدون إشـارة على الإطلاق.

يوضح الجدول أسفل نوعين من الكميـات العكسـية ويمكـن تمثيـل إحداهما 25+ والأخرى 25−.

+25	−25
$ 25 deposited فائدة	$ 25 withdrawn سحب
25 lb gained زيادة 25 رطل	25 lb lost فقد 25 رطل
25 mi to the north	25 mi to the south
25 ميل فى اتجاه الشمال	25 ميل فى اتجاه الجنوب

القيمة المطلقة العددية للعدد ذات الإشارة هى قيمة العدد عند حذف الإشارة ولذلك 25 هى القيمة المطلقة للعددين 25− أو 25+.

مسألة 1.14: عبر عن الكميات المشار إليها بإشارة العدد فى كل مما يأتى:

a) 10+ إذا كانت 10+ تعنى مكسب 10 ياردات.

b) 5– إذا كانت 5+ تعنى توفير $5.

c) 15+ إذا كانت 15– تعنى ميل فى اتجاه الجنوب.

Problem 1.14: State the quantity represented by each signed number:

a) by –10, if +10 means 10 yards gained

b) by –5, if +5 means $5 earned

c) by +15, if –15 means 15 miles south

الحل. a) فقد 10 ياردات. b) تم إنفاق $5.

c) 15 ميل فى اتجاه الشمال.

جمع إشارات الأعداد — Adding Signed Numbers

فى عمليات الجمع الجبرية يتم دمج الأعداد للحصول على عدد واحد يمثل المجموع الجبرى لمجموعة الأعداد وهناك ثلاث قواعد لعمليات الجمع الجبرى للأعداد.

قاعدة 1. فى عملية جمع عددين لهما نفس الإشارة يتم جمع القيمة المطلقة للعددين مع الاحتفاظ بالإشارة وذلك عند جمع العددين 7+، 3+ أو جمع العددين 7–، 3– يتم جمع القيم المطلقة للعددين 3، 7 ليكون الناتج 10.

مثال 1.7: اجمع الأعداد الآتية متشابهة الإشارة:

Example 1.7: Add the following numbers with like signs:

a) +8, +2

الحل. a) 1. يتم جمع القيم المطلقة

$$+8 + (+2) \quad \Rightarrow \quad 8 + 2 = 10$$

2. احتفظ بإشارة العددين يكون الناتج 10+.

قاعدة 2. عند إجراء عملية جمع عددين مختلفى الإشارة نقوم بطرح القيمة المطلقة للعدد الأصغر من القيمة المطلقة للعدد الأكبر ويتم الاحتفاظ بإشارة العدد الأكبر. ولذلك عند جمع 7+ و 3–، أو 7– و 3+ نطرح القيمة العددية المطلقة للعدد 3 من القيمة العددية المطلقة للعدد 7 ويكون الناتج 4 مع إشارة العدد الأكبر، إذن: $+7 + (-3) = +4$

و $-7 + (+3) = -4$

مثال 1.8: اجمع الأعداد الآتية مختلفة الإشارات:

Example 1.8: Add the following numbers with unlike signs:

a) +7, –5

الحل: a) 1. نطرح القيم العددية المطلقة:

$$+7 + (-5) \quad \Rightarrow \quad 7 - 5 = 2$$

2. نضع إشارة العدد الأكبر 7+ ليكون الناتج 2+.

قاعدة 3. الصفر هو ناتج مجموع عددين متساويين فى القيمة العددية المطلقة ومختلفين فى الإشارة ولذلك $+27 + (-27) = 0$.

مثال 1.9: اجمع الأعداد الآتية المتساوية مختلفة الإشارات:

Example 1.9: Add the following signed numbers that are opposites:

a) –18, +18

الحل: a) حسب القاعدة 3 المجموع دائمًا صفر.

$$-18 + (+18) = 0$$



تذكر !

لتبسيط عمليات الجمع الجبرية:

1. اجمع الأعداد الموجبة معًا أولاً.
2. ثم اجمع الأعداد السالبة معًا.
3. ثم استخدم قواعد الجمع فى العمليات الجبرية.

طرح الأعداد بالإشارات الجبرية Subtracting Signed Numbers

تستخدم الإشارة (–) فى عمليات الطرح الجبرية وهذه الإشارة تعنى الطرح أو العدد السالب فى العمليات الجبرية وعلى سبيل المثال العملية الجبرية (–15) – +8 تعنى طرح العدد السالب (–15) من العدد الموجب +8

قاعدة 1. فى عمليات الطرح للعدد الموجب نقوم بإضافة العدد بالإشارة العكسية أى الإشارة السالبة وعلى سبيل المثال لطرح العدد الموجب (+10) نقوم بإضافة (–10). ومن هنا (+10) – (+18) تصبح (–10) + (+18) ويكون الناتج = +8.

مثال 1.10: اطرح الأعداد الموجبة الآتية:

Example 1.10: Subtract the following positive number:

a) +8 من +29

الحل. a) لطرح العدد الموجب نقوم بإضافة العدد بالإشارة السالبة كالتالى:

$$+29 - (+8) \quad \Rightarrow \quad +29 + (-8) = 21$$

قاعدة 2. فى عمليات الطرح للعدد السالب نقوم بإضافة العدد بالإشارة العكسية أى الإشارة الموجبة وعلى سبيل المثال لطرح العدد السالب (10-) نقوم بإضافة (10+). فمثلاً (10-) - (30+) تتحول إلى 40+ = (10+) + (30+).

مثال 1.11: أطرح الأعداد السالبة الآتية:

Example 1.11: Subtract the following negative number:

a) 7- من 20+

الحل: a) **لطرح** العدد السالب نقوم **بإضافة** العدد بالإشارة الموجبة كالتالى:

$$+20-(-7) \quad \Rightarrow \quad +20+(+7)=27$$

ضرب الأعداد بالإشارات الجبرية Multiplying Signed Numbers

الضرب الجبرى لعددين Multiplying Two Signed Number

قاعدة 1. لضرب عددين جبريًا متشابهى الإشارة نقوم بضرب القيمة العددية المطلقة للعددين مع وضع الناتج بالإشارة الموجبة على سبيل المثال: 20+ = (4+)(5+) و $(-5)(-4)=+20$

مثال 1.12: اضرب الأعداد الجبرية الآتية متشابهة الإشارة:

Example 1.12: Multiply the following numbers with like signs:

a) (+5) (+9)

الحل: a) 1. نقوم بضرب القيمة العددية المطلقة للعددين.

$$(+5)\,(+9) \quad \Rightarrow \quad 5(9)=45$$

2. نجعل إشارة الناتج موجبة ليكون الناتج = 45+.

قاعدة 2. لضرب عددين جبريًا مختلفى الإشارة نضرب القيمة العددية المطلقة للعددين مع وضع الناتج بالإشارة السالبة على سبيل المثال: $(+7)(-2) = -14$, $(-7)(+2) = -14$

مثال 1.13: اضرب الأعداد الجبرية الآتية مختلفة الإشارة:

Example 1.13: Multiply the following numbers with unlike signs:

a) $(+8)(-9)$

الحل: a) 1. نقوم بضرب القيمة العددية المطلقة للعددين

$$(+8)(-9) \Rightarrow 8(9) = 72$$

2. نجعل إشارة الناتج سالبة ليكون الناتج = -72.

قاعدة 3. ناتج ضرب الصفر فى أى عدد = صفر. على سبيل المثال $(0)(-8) = 0$ و $(44.7)(0) = 0$.

مثال 1.14: اضرب الأعداد الجبرية الآتية:

Example 1.14: Multiply the following numbers:

a) $(+10)(0)$

الحل: a) ناتج الضرب دائمًا صفر:

$$(+10)(0) = 0$$

ناتج ضرب الإشارة الجبرية لأكثر من عددين.

Multiply More Than Two Signed Numbers

قاعدة 4. ناتج ضرب الإشارات يكون موجبًا إذا كانت إشارة الأعداد موجبة أو إذا كان هناك عدد زوجى من الإشارات السالبة. على سبيل المثال: $(+10)(+4)(-3)(-5) = +600$.

مثال 1.15: اضرب الأعداد الجبرية الآتية:

Example 1.15: Multiply the following numbers:

a) (+2)(+3)(+4)

الحل: a) 1. كل الإشارات موجبة. (+)(+)(+)

2. يكون ناتج الضرب موجبًا إذا كانت إشارات الأعداد موجبة أو إذا كان هناك عدد زوجى من الإشارات السالبة.

ناتج الضرب = +24

قاعدة 5. يكون ناتج ضرب الإشارة سالبًا إذا كان هناك عدد فردى من الإشارات السالبة على سبيل المثال: $-600 = (-5)(-3)(-4)(+10)$.

مثال 1.16: اضرب الأعداد الجبرية الآتية:

Example 1.16: Multiply the following numbers:

a) (+2)(+3)(−4)

الحل: a) 1. احسب عدد الإشارات السالبة تجدها فردية العدد:

(+)(+)(−)

2. نجعل ناتج الضرب بالإشارة السالبة إذا كان عدد الإشارات السالبة للأعداد المضروبة فرديًا = −24

قاعدة 6. ناتج الضرب يكون صفرًا إذا كان أحد الأعداد المضروبة مساويًا الصفر. على سبيل المثال $0 = (316)(0)(+82)(-5)$.

مثال 1.17: أوجد ناتج ضرب الأعداد الجبرية الآتية:

Example 1.17: Multiply the following numbers:

a) (−1)(−2)(+5)(+10)(0)

الحل: a) يكون ناتج الضرب دائمًا مساويًا الصفر.

$(-1)(-2)(+5)(+10)(0) = 0$

استخدام إشارات الأعداد فى حل المسائل

Using Signed Numbers to Solve Problems

مثال 1.18: أكمل العبارات الآتية مستخدمًا إشارات الأعداد للحصـــول على الناتج.

a) إذا كانت الوديعة الأسبوعية 5 $. أوجد إجمالى الرصيد بعد مرور ثلاثة أسابيع.

Example 1.18: Complete the statement, using signed numbers to obtain the answer:

a) If Tracy deposits $5 each week, then after 3 weeks her bank balance will be what?

الحل: a) نفرض أن (+5) تمثل الوديعة الأسبوعية.

(+3) تمثل عدد الأسابيع.

ناتج ضرب العددين $(+5)(+3) = +15$.

إجمالى الرصيد زيادة $15.

إيجاد الناتج الجبرى لأعداد تشمل الأس

Finding Values of Signed Numbers Having Exponents

قاعدة 1. إذا كانت إشارة الأس والأساس موجبة يكـون النـاتج دائمًـا موجبًا. وعلى سبيل المثال: $(+2)^3$ أو $2^3 = 8$.

أى أن: $(+2)^3 = (+2)(+2)(+2)$.

مسألة 1.15: أوجد ناتج ما يأتى: **Problem 1.15**: Find the value: a) 3^2

الحل: a) 9

قاعدة 2. إذا كانت إشارة الأساس للعدد سالبة وكان الأس عددًا زوجيًا كان الناتج موجبا كما هو موضح فى المثال التالى: $(-2)^4 = +16$.

أى أن: $(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2)$.

مسألة 1.16: أوجد ناتج ما يأتى: **Problem 1.16**: Find the value:

a) $(-3)^2$

الحل: a) 9

قاعدة 3. إذا كانت إشارة الأساس للعدد سالبة وكان الأس عددًا فرديًا كان الناتج سالبًا كما هو موضح فى المثال التالى: $(-2)^5 = -32$

أى أن: $(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2)$.

مسألة 1.17: أوجد ناتج ما يأتى: **Problem 1.17**: Find the value:

a) $(-0.2)^3$

الحل: a) -0008



يكون الناتج لأساس العدد السالب موجبًا إذا كان الأس عددًا زوجيًا ويكون الناتج سالبًا إذا كان الأس عددًا فرديًا.

قسمة الأعداد الجبرية — Dividing Signed Numbers

قاعدة 1. عند قسمة عددين متشابهى الإشارة نقوم بقسمة القيمة العددية المطلقة للعدد الأول على القيمة العددية المطلقة للعدد الثانى وتكون إشارة الناتج موجبة.

على سبيل المثال: $\frac{+8}{+2} = +4$ و $\frac{-8}{-2} = +4$.

مثال 1.19: أوجد ناتج ما يأتى: **Example 1.19:** Divide:

a) $+6$ على $+12$

الحل: a) $\frac{+12}{+6} = +2$

قاعدة 2. عند قسمة عددين مختلفى الإشارة نقوم بقسمة القيمة العددية المطلقة للعدد الأول على القيمة العددية المطلقة للعدد الثانى وتكون إشارة الناتج سالبة.

على سبيل المثال: $\frac{-12}{+4} = -3$ و $\frac{+12}{-4} = -3$.

مثال 1.20: أوجد ناتج قسمة ما يأتى: **Example 1.20:** Divide:

a) -5 على $+20$

الحل: a) $\frac{+20}{-5} = -4$

قاعدة 3. عند قسمة صفر على أى عدد يكون ناتج القسمة صفرًا.

على سبيل المثال: $\frac{0}{-17} = 0$ و $\frac{0}{+17} = 0$.

مثال 1.21: أوجد ناتج قسمة ما يأتى: **Example 1.21:** Divide:

a) -12 على 0

الحل: a) $\frac{0}{-12} = 0$

دمج عمليات الضرب والقسمة للأعداد الجبرية

Combining Multiplying and Dividing of Signed Numbers

قاعدة 1. تكون إشارة ناتج الضرب والقسمة للعمليات الجبرية موجبة إذا كانت إشارة الأعداد موجبة أو هناك عدد زوجى من الإشارات السالبة.

على سبيل المثال: $+10 = \frac{(-12)(-5)}{(-3)(-2)}, \frac{(+12)(+5)}{(-3)(-2)}, \frac{(+12)(+5)}{(+3)(+2)}$

مثال 1.22: أوجد ناتج قسمة ما يأتي: **Example 1.22:** Divide:

a) $\frac{(+12)(+8)}{(-3)(-4)}$

الحل: a) $\frac{(+)(+)}{(-)(-)} = +$ $\frac{(12)(8)}{(3)(4)} = 8$

الناتج = $+8$

قاعدة 2. تكون إشارة ناتج الضرب والقسمة للعمليات الجبرية سالبة إذا كان عدد الإشارات السالبة فرديًا. على سبيل المثال:

على سبيل المثال: $-10 = \frac{(-12)(-5)}{(+3)(-2)}, \frac{(+12)(-5)}{(-3)(-2)}, \frac{(+12)(+5)}{(+3)(-2)}$

مثال 1.23: أوجد ناتج قسمة ما يأتي: **Example 1.23:** Divide:

a) $\frac{(-4)}{(-5)(-10)}$

الحل: نقوم بقسمة الإشارات أولاً $- = \frac{(-)}{(-)(-)}$ ثم نوجد القيمة العددية لخارج القسمة $\frac{2}{25} = \frac{(4)}{(5)(10)}$ فيكون الناتج مساويًا $-\frac{2}{25}$.

قاعدة 3. يكون الناتج مساويًا الصفر إذا كان أحد أعداد البسط مساويًا الصفر.

على سبيل المثال: $0 = \frac{(+53)(0)}{(-17)(-84)}$

مسألة 1.18: أوجد ناتج ما يأتي: **Problem 1.18**: Solve:

a) $\frac{(+27)(0)}{(-3)(+15)}$

الحل: a) 0

إيجاد قيمة ناتج العمليات الجبرية بالتعويض

Evaluating Expressions Having Signed Numbers

لإيجاد ناتج العملية الجبرية بالتعويض نتبع التالى:

1. التعويض عن قيمة الرمز الجبرى ووضعه فى أقواس.
2. يتم إجراء العمليات الجبرية وإيجاد ناتج الأس أولاً

مثال 1.24: أوجد ناتج ما يأتى إذا كان $y = -2$.

Example 1.24: Evaluate if $y = -2$.

a) $4y^2$

الحل: a) $4(-2)^2 \Rightarrow 4(4) = 16$

الفصل الثانى
المعادلات الجبرية البسيطة وطريقة حلها
Simple Equations and Their Solutions

فى هذا الفصل:

- ✔ أنواع المتساويات: المعادلات والمتطابقات
- ✔ ترجمة الجمل الكلامية إلى معادلات جبرية
- ✔ حل المعادلات البسيطة باستخدام العمليات العكسية
- ✔ قانون التساوى لحل المعادلات الجبرية
- ✔ حل المعادلات الجبرية التى تشمل كسور
- ✔ حل المعادلات الآنية

أنواع المتساويات: المعادلات والمتطابقات
Kinds of Equalities: Equations and Identities

المتساويات هى جمل رياضية ذات تعبيرين متساويين أو لهما نفس القيمة. على سبيل المثال: $2n + 3n = 5n$، $2n = 6$، $16 = 16$.

وهناك نوعان من المتساويات:

- **المعادلات Equations**. والمعادلة هى نوع من المتساويات حيث أنها تشمل مجهول أو عدة مجاهيل لها قيمة محددة ثابتة والمعادلة

هى إحدى حالات المتساويات. على سبيل المثال فى المعادلة $2n = 12$ حيث أن (n) لها قيمة ثابتة وهى $n = 6$.

- **المتطابقات Identities**. المتطابقات هو نوع من المتساويات حيث أنها تشمل مجهول أو عدة مجاهيل لها قيمة غير محددة بل عدة قيم والمتطابقة هى حالة خاصة من المتساويات وعلى سبيل المثال فى المعادلتين: $x + y = y + x$ ، $2n + 3n = 5n$ هما نوعين من المتطابقات, لأى قيم يتم فرضها للمجاهيل (n, x, y).

ويعرف جذر **المعادلة** على أنه العدد الذى نعوض به فى طرفى المعادلة ويكون الناتج متساويًا فى الطرفين ويقال فى هذه الحالة أنه **حقق المعادلة** Satisfy the Equation على سبيل المثال 6 هو جذر المعادلة $2n = 12$ حيث أن العدد 5 أو أى عدد آخر لا يحقق المعادلة.

والتأكد من الناتج هى عملية التعويض بقيمة معينة للمجهول فى المعادلة وبيان مدى صحة القيمة العددية فى تحقيق تساوى طرفى المعادلة.

مثال 2.1: حدد أى من القيم الآتية هو جذر المعادلة الآتية بطريقة التعويض.

a) تحقق من المعادلة $2n + 3n = 25$ عندما $n = 5$ و $n = 6$

Example 2.1: By checking, determine which value is a root of each equations.

a) check $2n + 3n = 25$ for $n = 5$ and $n = 6$

الحل: a) بالتعويض عن $n = 5$: فى المعادلة $2n + 3n = 25$

$$2(5) + 3(5) = 25 \quad \Rightarrow \quad 10 + 15 = 25 \quad \Rightarrow \quad 25 = 25$$

بالتعويض عن $n = 5$ يحقق المعادلة.

بالتعويض عن $n = 6$: فى المعادلة $2n + 3n = 25$

$$2(6) + 3(6) = 25 \quad \Rightarrow \quad 30 \neq 25$$

بالتعويض عن $n = 6$ لا يحقق المعادلة.

جذر المعادلة المطلوبة هو 5 الذى يحقق تساوى طرفى المعادلة:

$$2n + 3n = 25$$

ترجمة الجمل الكلامية إلى معادلات جبرية

Translating Verbal Statements into Equations

تحل المسائل الكلامية فى الجبر عند معرفة القيمة العددية للمجهول فى المعادلة أو عدة مجاهيل وخلال هذه العملية فإنه من الضرورى ترجمة الجمل الكلامية إلى معادلات جبرية.

مسألة 2.1: ترجم ما يأتى إلى معادلات جبرية (بدون حل المعادلات).

a) ما هو العدد الذى نصفه 10؟

b) ما هو العدد الذى إذا أضيف إليه 5 كان ضعف المجموع = 24؟

c) ما هو العدد الذى يزيد عن أربعة ليكون الناتج مساويًا ثمانية؟

Problem 2.1

Translate into an equation, letting *n* represent the number: (You do not need to solve the equation.)

a) One–half of what number equals 10?

b) Twice the sum of what number and 5 is 24?

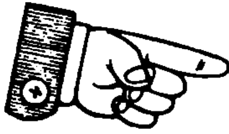
c) 4 less than what number is eight?

الحل:

(a $\frac{1}{2}n = 10$

(b $2(n + 5) = 24$

(c $n - 4 = 8$



حيث n تمثل العدد المطلوب.

مثال 2.2: عبر عن المجاهيل الآتية باستخدام الرموز واكتب المعادلة الجبرية لكل مثال (بدون حل المعادلات).

a) تعمل امرأة لمدة 5 ساعات وتكسب 20.75. ما هو أجر الساعة الواحدة؟

b) يكسب فريق البيسبول أربعة أمثال ما يخسره من مباريات. احسب عدد المباريات التى خسرها الفريق إذا كان إجمالى المباريات الكلية التى لعبها الفريق 100 مباراة.

Example 2.2

Represent the unknown by a letter and write an equation for each problem: (You do not need to solve the equation.)

a) A woman worked for 5 hours and earned $20.75. What was her hourly wage?

b) A baseball team won 4 times as many games as it lost. How many games did the team lose if it played a total of 100 games?

الحل: a) نفرض أن w هو أجر الساعة الواحدة بالدولار. إذن $5w = 20.75$.

b) نفرض أن n هو عدد المباريات التى خسرها الفريق، و$(4n)$ هو عدد المباريات التى فاز فيها الفريق.

إذن $n + 4n = 100$ هى المعادلة التى تمثل العلاقة السابقة.

حل المعادلات البسيطة باستخدام العمليات العكسية

Solving Simple Equations by Using Inverse Operations

العمليات العكسية هى عبارة عن عمليتين حيث أن إحداهما تشمل المجاهيل فى المعادلة الجبرية بينما تستخدم الأخرى فى حل المعادلة. ولحل المعادلة بطريقة العمليات العكسية نفكر بطريقة السؤال كما هو موضح فى المعادلات الآتية:

المعادلة Equation	ما هو المطلوب من من المعادلة Question asked by Equation	إيجاد جذر المعادلة Finding Root of Equation
$n + 4 = 12$	ما هو العدد الذى يتم إضافته إلى 4 ليكون 12؟	$n = 12 - 4 = 8$

$\frac{n}{4}=12$	ما هو العدد الذى لو قسمناه على 4 أصبح الناتج 12؟	$n = 12 \times 4 = 48$

المعادلة الأولى تشمل عملية **الجمع** ويتم الحل باستخدام عملية **الطرح** 4 من 12 والمعادلة الثانية تشمل عملية **القسمة** وتحل باستخدام عملية **الضرب** 12×4.

ملاحظة!

العمليات العكسية هى عبارة عن عمليتين حيث أن إحداهما تشمل المجاهيل فى المعادلات الجبرية بينما تستخدم الأخرى فى حل المعادلات.

1. الجمع والطرح هى عمليات عكسية.
2. الضرب والقسمة هى عمليات عكسية.

مثال 2.3: حل كل من المعادلات الآتية: **Example 2.3**: Solve each equation:

a) $x + 3 = 8$

b) $5 + y = 13$

c) $x - 10 = 2$

d) $3x = 12$

e) $12y = 3$

f) $\frac{y}{12} = 3$

الحل:

a) $x = 8 - 3$ or 5

b) $y = 13 - 5$ or 8

c) $x = 2 + 10$ or 12

d) $x = \frac{12}{3}$ or 4

e) $y = \frac{3}{12}$ or $\frac{1}{4}$

f) $y = 3 \quad 12$ or 36

قانون التساوى لحل المعادلات الجبرية

Rules of Equality for Solving Equations

يوجد أربع قواعد لقانون التساوى لحل المعادلات. وهى كالآتى:

1. قانون التساوى لعمليات الجمع Addition Rule of Equality، لحفظ التساوى يتم مساواة الأعداد التى يمكن إضافتها إلى طرفى المعادلة.

2. قانون التساوى لعمليات الطرح Subtraction Rule of Equality، لحفظ التساوى يتم مساواة الأعداد التى يتم طرحها من طرفى المعادلة.

3. قانون التساوى لعمليات الضرب Multiplication Rule of Equality، لحفظ التساوى يتم مساواة الأعداد التى يتم ضربها من طرفى المعادلة.

4. قانون التساوى لعمليات القسمة Division Rule of Equality، لحفظ التساوى يتم قسمة كل طرف من طرفى المعادلة على أعداد متساوية ما عدا القسمة على الصفر فالناتج كمية غير معينة.

مسألة 2.2: حدد قانون التساوى المستخدم فى حل المعادلات الآتية:

Problem 2.2: State the equality rule used to solve each problem:

a) $x + 15 = 21$
$\underline{-15 = -15}$
$x = 6$

b) $40 = r - 8$
$\underline{+8 = +8}$
$48 = r$

c) $25 = 5m$
$\frac{25}{5} = \frac{5m}{5}$
$5 = m$

الحل: a) قانون الطرح Subtraction Rule.

b) قانون الجمع Addition Rule.

c) قانون القسمة Division Rule.

استخدام الإضافة لحل المعادلة

Using Addition to Solve an Equation

عند استخدام قانون الإضافة لتساوى طرفى المعادلة نتبع الخطوات الآتية:

Solve: $n - 19 = 21$ حل المعادلة:

الخطوات **Procedure**.

a) 1. أضف إلى طرفى المعادلة العدد المطروح من المجهول.

2. حقق الناتج فى المعادلة الأصلية.

الحل **Solution**.

أضف إلى طرفى المعادلة (19+):

$n - 19 = 21 \quad \Rightarrow \quad +19 = +19 \quad \Rightarrow \quad n = 40$

حقق الناتج في المعادلة الأصلية:

$n - 19 = 21 \quad \Rightarrow \quad 40 - 19 = 21 \quad \Rightarrow \quad 21 = 21$

Example 2.4: Solve the equation: **مثال 2.4**: حل المعادلة الآتية:

a) $12.5 = m - 2.9$

الحل: a) 1. أضف إلى طرفى المعادلة العدد المطروح من المجهول.

$12.5 = m - 2.9 \quad \Rightarrow \quad +2.9 = +2.9 \quad \Rightarrow \quad 15.4 = m$

2. حقق الناتج فى المعادلة الأصلية.

$12.5 = m - 2.9 \quad \Rightarrow \quad 12.5 = 15.4 - 2.9 \quad \Rightarrow \quad 12.5 = 12.5$

مسألة 2.3: حل المعادلة:

a) بعد إعطاء سام 15 بلية تبقى مع ماريو 43 بلية. كم كان عدد البلى مع ماريو؟

Problem 2.3 Solve:

a) **After giving 15 marbles to Sam, Mario has 43 left. How many marbles did Mario have originally?**

الحل: ما كان مع ماريو 58 بلية.

استخدام الطرح لحل المعادلة الجبرية

Using Subtraction to Solve an Equation

عند استخدام قاعدة التساوى بالطرح لحل المعادلة الجبرية نتبع الخطوات الآتية كما هو موضح فى المثال التالى:

Solve: $w + 12 = 19$ حل المعادلة:

الخطوات Procedure.

a) 1. أضف إلى طرفى المعادلة العدد المطروح من المجهول.

$$\begin{array}{r} w + 12 = 19 \\ -12 = -12 \\ \hline w = 7 \end{array}$$

ليكون الناتج

2. حقق الناتج فى المعادلة الأصلية:

$$\begin{array}{r} w + 12 = 19 \\ 7 + 12 = 19 \\ \hline 19 = 19 \end{array}$$

Example 2.5: Solve the equation: **مثال 2.5**: حل المعادلة الآتية:

a) $20.8 = d + 6.9$

الحل: a) 1. اطرح من طرفى المعادلة العدد المضاف إلى المجهول.

$$\begin{array}{r} 20.8 = d + 6.9 \\ -6.9 = -6.9 \\ \hline 13.9 = d \end{array}$$

حقق الناتج فى المعادلة الأصلية:

$20.8 = d + 6.9$

$20.8 \stackrel{?}{=} 13.9 + 6.9$

$20.8 = 20.8$

مسألة 2.4: حل المعادلة: إذا كان طول بام 5 أقدام و 3 بوصات. وإذا كان بام أطول من جون بـ 9 بوصات. فما هو طول جون؟

Problem 2.4: Solve: a) Pam's height is 5 ft 3 in. If she is 9 in taller than John, how tall is John?

الحل: a) طول جون 4 أقدام و 6 بوصات.

استخدام الضرب لحل المعادلة الجبرية

Using Multiplication to Solve an Equation

عند استخدام قاعدة التساوى بالضرب لحل المعادلات الجبرية نتبع الخطوات الآتية كما هو موضح فى المثال التالى:

Solve: $\frac{w}{3} = 5$ حل المعادلة:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نضرب طرفى المعادلة بمقسوم المجهول:	$\frac{w}{3} = 5$
	$3 \cdot \frac{w}{3} = 5 \cdot 3$
الحل:	$w = 15$
2. حقق الناتج فى المعادلة الأصلية:	$\frac{w}{3} = 5$
	$\frac{15}{3} = 5$
وبذلك يتحقق الحل.	$5 = 5$

✓ يجب أن تعرف

عند إجراء عملية القسمة لكسر نقوم بضرب العدد فى مقلوب الكسر كما هو موضح بالمثال التالى: $8 \div \frac{2}{3} = 8 \times \frac{3}{2} = 12$.

Example 2.6: Solve the equation: **مثال 2.6**: حل المعادلة الآتية:

a) $\frac{4}{3} w = 30$

الحل: a) 1. نضرب طرفى المعادلة فى مقلوب الكسر

$$\frac{4}{3}w = 30$$

$$\frac{3}{4} \bullet \frac{4}{3}w = 30 \bullet \frac{3}{4}$$

يكون الناتج: $w = 22.5$

2. حقق الناتج فى المعادلة الأصلية:

$$\frac{4}{3}w = 30$$

$$\frac{4}{3}(22.5) = 30$$

$$30 = 30$$

مسألة 2.5: قطع هنرى مسافة 84 ميل فوجد أنه قطع ثلاثة أرباع المسافة المطلوبة للوصول إلى منزله. ما هى المسافة الكلية إلى منزله؟

Problem 2.5: After travelling 84 miles Henry found that he had gone three fourths of the entire distance to home. What is total distance to his home?

الحل: المسافة الكلية هى 112 ميل.

استخدام القسمة لحل المعادلات الجبرية

Using Division to Solve an Equation

عند استخدام قاعدة التساوى بالقسمة لحل المعادلات الجبرية نتبع الخطوات الآتية كما هو موضح فى المثال التالى:

Solve: $2n = 16$:حل المعادلة

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نقسم طرفى المعادلة على العدد	$2n = 16$
المضروب فى المجهول وهو (2)	$\frac{2n}{2} = \frac{16}{2}$
ويكون الناتج:	$n = 8$

2. حقق الناتج فى المعادلة الأصلية:

$$2n = 16$$
$$2(8) = 16$$
$$16 = 16$$

يتحقق المطلوب.

مثال 2.7: حل المعادلة الآتية:

Example 2.7: Solve the equation:

a) $75\% t = 18$

$$0.75\, t = 18$$

الحل: a) 1. نقسم طرفى المعادلة على العدد المضروب فى المجهول: (0.75)

$$75\%\, t = 18$$
$$\frac{.75t}{.75} = \frac{18}{.75}$$

ويكون الناتج: $t = 24$

2. حقق الناتج فى المعادلة الأساسية:

$$75\%\, t = 18$$
$$(0.75)(24) = 18$$
$$18 = 18$$

مثال 2.8: حل:

a) **إذا كان معدل العمولة للسيد وانج 6%. فإذا كان مكسبه من العمولة 66 دولار. فما هو حجم المبيعات؟**

Example 2.8: Solve:

a) Mr. Wang's commission rate was 6 percent. If he earned $66 in commission, how much did he sell?

الحل: a) نفرض أن حجم المبيعات المطلوبة هو x

فيكون ناتج 0.06 من قيمة x هو $66

$$0.06\, x = 66$$

بالقسمة على 0.06

يكون الناتج: $x = \$1100$

استخدام عملية أو أكثر لحل المعادلة الجبرية

Using Two or More Operations to Solve an Equation

عند حل بعض المعادلات يتم استخدام عمليتين لإيجاد المجـهول فـى المعادلة. لحل هذا النوع من المعادلات نتبع الخطوات التالية كما هو موضح بالمثال التالى:

حل المعادلة: $2x + 7 = 19$ Solve:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. بطرح العدد 7 من كـل طـرف مـن طرفى المعادلة.	$2x + 7 = 19$ $-7 = -7$ $2x = 12$
2. نقسم كل طرف من طرفى المعادلة على العدد (2):	$2x = 12$ $\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$
يكون الناتج	$x = 6$
3. حقق الناتج فى المعادلة الأصلية:	$2x + 7 = 19$ $2(6) + 7 = 19$ $19 = 19$



تـذكـر !

عند استخدام عمليات عكسية فى حل المعـادلات. أولاً يتم إجراء عمليات الجمع والطرح ثم إجـراء عمليـات الضرب والقسـمة. عنـد إجـراء الحـل يجـب اسـتخدام الأوامر العكسية للعمليات.

Example 2.9: Solve the equation: **مثال 2.9:** حل المعادلة الآتية:

a) $13n + 4 + n = 39$

الحل. a) 1. نجمع الحدود المتشابهة في المعادلة وإضافة (+4) إلى طرفي المعادلة ثم نقوم بعملية الطرح:

$$13n + 4 + n = 39$$

$$\frac{-4}{14n} = \frac{-4}{35}$$

نقسم طرفي المعادلة على (14)

$$14n = 35$$

$$\frac{14n}{14} = \frac{35}{14}$$

ليكون الناتج:

$$n = 2.5$$

3. حقق الناتج في المعادلة الأساسية:

$$13n + 4 + n = 39$$

$$13(2.5) + 4 + 2.5 = 39$$

يكون الناتج صحيحًا

$$39 = 39$$

مسألة 2.6: a) إذا كان عدد تلاميذ الفصل هو 36 تلميذاً. فإذا كان عدد البنات يزيد عن عدد الأولاد بمقدار 6. أوجد عدد الأولاد.

Problem 2.6: a) How many boys are there in a class of 36 pupils if the total number of girls is 6 more than the total number of boys.

الحل: a) عدد الأولاد هو 15.

حل المعادلات الجبرية التى تشمل كسور

Solving Equations Containing Fractions

معادلات تشمل كسور موحدة المقام

Fractions with the Same Denominator

لحل المعادلات موحدة المقام أو تشمل كسر واحد مقامه غير الواحد الصحيح. نتبع الخطوات التالية كما هو موضح بالمثال التالى:

Solve: $\frac{x}{3}+5=2x$ حل المعادلة:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. بضرب كل طرف من طرفى المعادلة فى المقام (3):	$\frac{x}{3}+5=2x$ $3\left(\frac{x}{3}+5\right)=3(2x)$
2. أوجد قيمة x من المعادلة:	$x+15=6x$
ليكون الناتج:	$3=x$

مثال 2.10: حل المعادلة الآتية: **Example 2.10:** Solve the equation:

$$\text{a)}\quad \frac{3x}{7}-2=\frac{x}{7}$$

الحل: a) 1. بضرب كل حد من حدود المعادلة فى المقام (7):	$\frac{3x}{7}-2=\frac{x}{7}$ $7\left(\frac{3x}{7}-2\right)=7\left(\frac{x}{7}\right)$
2. أوجد قيمة x من المعادلة:	$7\left(\frac{3x}{7}\right)-7(2)=7\left(\frac{x}{7}\right)$ $3x-14=x$ $2x=14$
ليكون الناتج:	$x=7$

معادلات تشمل كسور مختلفة المقام

Fractions with Different Denominators

لحل المعادلات التى تشمل كسور مختلفة المقام نوجد العامل المشترك الأدنى Lowest Common Denominators (LCD). والعامل المشترك الأدنى هو أقل عدد لو قسمناه على المقام لأصبح الناتج بدون باق ولذلك فى المثال:

$$\frac{1}{2}+\frac{x}{3}=\frac{7}{4}$$

يكون العدد 12 هو العامل المشترك الأدنى حيث أنه أقل عدد لو قسمناه على المقام 2، 3، 4 لأصبح الناتج بدون باق.

لحل المعادلة بعد إيجاد العامل المشترك الأدنى نقوم بضرب كل حد من حدود المعادلة فى العامل المشترك الأدنى. عند حل المعادلات التى تشمل كسور مختلفة المقام نتبع الخطوات التالية كما هو موضح فى المثال التالى:

حل المعادلة: $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=20$ Solve:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نقوم بضرب كل طرف من طرفى المعادلة فى العامل المشترك الأدنى:	$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=20$ $6\left(\frac{x}{2}+\frac{x}{3}\right)=6(20)$
2. أوجد قيمة x من المعادلة:	$3x+2x=120$ $5x=120$
ليكون الناتج:	$x=24$

مثال 2.11: حل المعادلة الآتية: **Example 2.11:** Solve the equation:

a) $\frac{a}{2}-\frac{a}{3}-\frac{a}{5}=2$

الحل: a) 1. نقوم بضرب كل طرف من طرفى المعادلة فى العامل المشترك الأدنى:	$\frac{a}{2}-\frac{a}{3}-\frac{a}{5}=2$ $30\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{3}-\frac{a}{5}\right)=30(2)$
2. أوجد قيمة a من المعادلة:	$15a-10a-6a=60$
ليكون الناتج:	$a=-60$

☆ ملاحظة!

الرقم العشرى هو كسر مقامه 10 أو 100 أو القوى الأسية للعدد 10 وعلى سبيل المثال المقام للكسر 0.003 أو $\frac{3}{1000}$ هو 1000.

ولحل معادلة تشمل كسر عشرى نقوم بضرب كل طرف من طرفى المعادلة فى الرقم العشرى الذى يشمله أكبر مقام للكسور العشرية.
لحل هذا النوع من المعادلات نتبع الخطوات التالية كما هو موضح فى المثال التالى:

حل المعادلة:	$8 = .05b$	Solve:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نضرب كل طرف من طرفى المعادلة × 100:	$8 = .05b$ $8 = \frac{5}{100}b$
2. نوجد قيمة b من المعادلة:	$800 = 5b$
ليكون الناتج:	$160 = b$

حل المعادلات الآنية Solving Literal Equations

المعادلات الآنية هى المعادلات التى تشمل مجهولين أو أكثر. على سبيل المثال: $x + y = 20$، $5x = 15a$، $D = RT$ هى عبارة عن معادلات آنية ولحل هذا النوع من المعادلات نتبع نفس الخطوات التى نستخدمها فى حل المعادلات الجبرية. وعلى سبيل المثال لإيجاد قيمة x فى المعادلة: $5x = 25a$ نقسم طرفى المعادلة على 5 ليكون الناتج $x = 5a$

مثال 2.12: أوجد قيمة y فى المعادلات الآتية:

Example 2.12: Solve for y:

a) $2y - 4a = 8a$ b) $3(y - 2b) = 9a - 15b$

الحل:

a) $2y = 8a + 4a$ b) $3y - 6b = 9a - 15b$

$2y = 12a$ $3y = 9a - 9b$

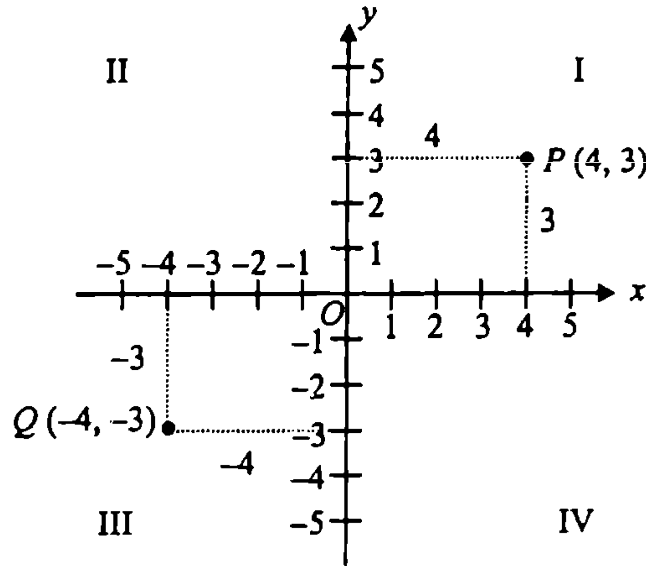
$y = 6a$ $y = 3a - 3b$

الفصل الثالث
التمثيل البيانى للمعادلات الخطية
Graphs of Linear Equations

فى هذا الفصل:

- ✔ مفهوم الرسم البيانى
- ✔ التمثيل البيانى للمعادلات الخطية
- ✔ حل معادلتين من المعادلات الخطية بيانيًا
- ✔ حل معادلتين جبريًا باستخدام عمليات الجمع أو الطرح
- ✔ حل معادلتين باستخدام التعويض
- ✔ استنتاج المعادلات الخطية من جدول البيانات
- ✔ المسافة بين نقطتين

مفهوم الرسم البيانى Understanding Graphs



شكل 3-1

نقطة الأصل 0 هى نقطة تلاقى أو تقاطع محورين أو عدة مستقيمات ولتحديد أى نقطة على المستوى نحدد بعدها عن كل محور. وعلى سبيل المثال نقطة *P* بعديها عن المحورين 4+، 3+ وتكون إحداثيات النقطة هى مقدار بعديها عن المحورين وتؤخذ الإشارة فى الاعتبار.

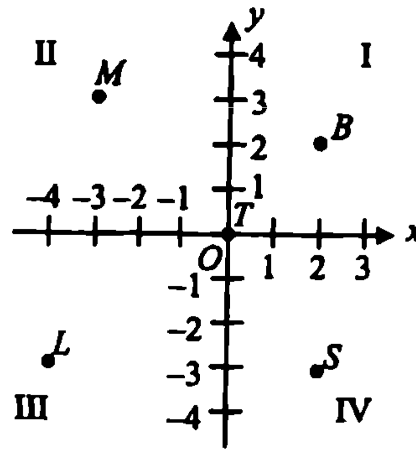
1. الإحداثى السينى لنقطة **x Coordinate of a Point** هو بعد النقطة عن محور الصادات **Abscissa**. وعلى سبيل المثال الإحداثى السينى لنقطة *P* هو 4+ والإحداثى السينى لنقطة *Q* هو 4–.
2. الإحداثى الصادى لنقطة **y Coordinate of a Point** هو بعد النقطة عن محور السينات **Ordinate** وعلى سبيل المثال الإحداثى الصادى لنقطة *P* هو 3+ والإحداثى الصادى لنقطة *Q* هى 3–.
3. عند كتابة الإحداثيات لأى نقطة يكتب الإحداثى السينى أولاً ثم يكتب الإحداثى الصادى أى أن الإحداثى السينى يسبق

الإحداثى الصادى عند الكتابة ويتم وضع الإحداثيات داخل قوسين وعلى سبيل المثال تكتب إحداثيات النقطة P كالآتى (+4, +3) أو (4, 3) وهكذا نقطة Q (−4, −3).

أرباع المنحنى **Quadrants of a Graph** هى أربعة أجزاء مقسومة بالمحورين ومعرفة بالأرقام I، II، III و IV فى اتجاه الدوران عكس عقارب الساعة.

مسألة 3.1: حدد إحداثيات النقط الموضحة بالمنحنى كما هو فى شكل 3-2.

Problem 3.1: On the graph shown in Figure 3-2, locate each point.



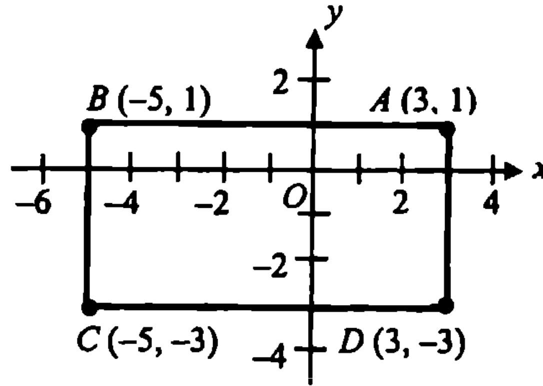
شكل 3-2

الحل:

Coordinates الإحداثيات	Point النقطة
a) (+2, +2) or (2, 2)	B
b) (−3, +3) or (−3, 3)	M
c) (0, 0) نقطة الأصل	T
d) (−4, −3)	L
e) (+2, −3) or (2, −3)	S

مثال 3.1: فى المنحنى الموضح بشكل 3-3 إذا كانت A، B، C، D هى رؤوس مستطيل كما هو موضح بالشكل. أوجد محيط المستطيل ومساحته.

Example 3.1: On the graph shown in figure 3-3 if A, B, C and D are the vertices of the rectangle shown. find its perimeter and area.



شكل 3-3

الحل: القاعدة والارتفاع للمستطيل $ABCD$ هى 8 و 4 وحدات على الترتيب فيكون المحيط $2(8) + 2(4)$ وهو يساوى 24 بوصة.

وتكون المساحة $4 \times 8 = 32$ بوصة مربعة.

التمثيل البيانى للمعادلات الخطية

Graphing Linear Equations

المعادلات الخطية **Linear Equation** هى معادلات بيانية تمثل خط مستقيم ولتمثيل المعادلات الخطية بيانيًا نتبع الخطوات الآتية.

مثل الخط المستقيم بيانيًا: $y = x + 4$ Graph:

خطوات الحل Procedure

- نقوم بعمل جدول يمثل الإحداثيات لثلاث نقط على التوالى.

ـ نجعل قيم x هى 2، 0، 2- ونعوض بالقيم الآتية فى المعادلة لنحصل على القيم المقابلة y.

ـ نمثل النقط بيانيًا ونرسم الخط المستقيم الذى يربط النقاط الثلاث.

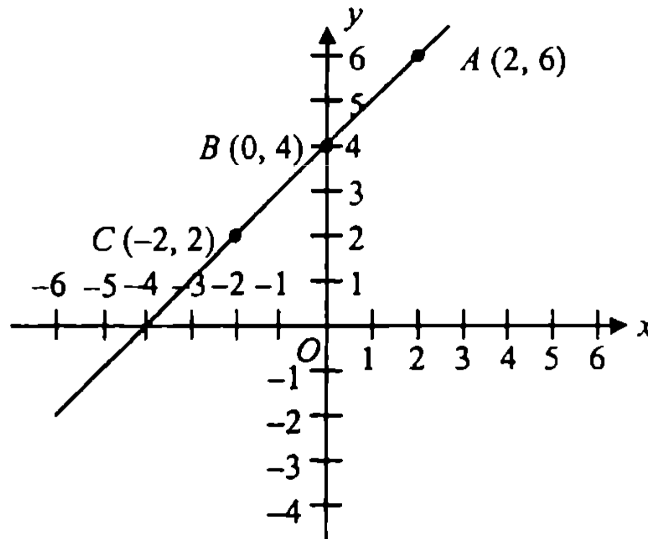
الحل: $y = x + 4$

إذا كان $x = 2$، $y = 2 + 4 = 6$، $A = (2, 6)$

إذا كان $x = 0$، $y = 0 + 4 = 4$، $B = (0, 4)$

إذا كان $x = -2$، $y = -2 + 4 = 2$، $C = (-2, +2)$

الحل: انظر الشكل 4-3



شكل 4-3



يتم تحديد الخط المستقيم بواسطة نقطتين وتستخدم النقطة الثالثة لتأكيد صحة الحل.

والجزء المحصور لمنحنى Intercept of a Graph هو المسافة بين نقطة الأصل ونقطة تقاطع الخط المستقيم مع المحور.

1. الجزء المحصور من محور السينات x Intercept هو قيمة x للنقطة حيث أن المنحنى يقطع محور السينات عند نقطة $y = 0$. فى شكل 4-3 الجزء المحصور من محور السينات هو (4−).

الجزء المحصور من محور الصادات y intercept هو قيمة y للنقطة حيث أن المنحنى يقطع محور الصادات عند نقطة $x = 0$. فى شكل 4-3 الجزء المحصور من محور الصادات هو (4).

معادلات الدرجة الأولى Equations of the First Degree

1. المعادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد An equation of the first degree in one unknown هى معادلة بعد إجراء عملية الاختصار تشمل مجهول واحد أحادى الأس وعلى سبيل المثال: المعادلة $2x = 7$ هى معادلة من الدرجة الأولى.
2. المعادلة من الدرجة الأولى فى مجهولين An equation of the first degree in two unknowns بعد إجراء عملية الاختصار تشمل مجهولين كل منهما فى حد مستقل أحادى الأس وعلى سبيل المثال: المعادلة $2x = y + 7$ هى معادلة من الدرجة الأولى فى مجهولين. ولكن المعادلة $2xy = 7$ ليست معادلة من الدرجة الأولى فى مجهولين منفصلين كل على حدة.

قاعدة 1. يمثل المنحنى للمعادلة من الدرجة الأولى فى مجهول أو مجهولين خط مستقيم.

قاعدة 2. يمثل منحنى المعادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد فقط محور السينات أو محور الصادات أو خط مستقيم يوازى أحد المحورين.

هـام

منحنى المعادلة $y = 0$ هو محور السينات.

منحنى المعادلة $x = 0$ هو محور الصادات.

قاعدة 3. إذا كانت نقطة واقعة على منحنى لمعادلـة فـإن إحداثيـات النقطة تحقق المعادلة.

قاعدة 4. إذا كانت نقطة خارج منحنى لمعادلة فإن إحداثيات النقطة لا تحقق المعادلة.

حل معادلتين من المعادلات الخطية بيانيًا

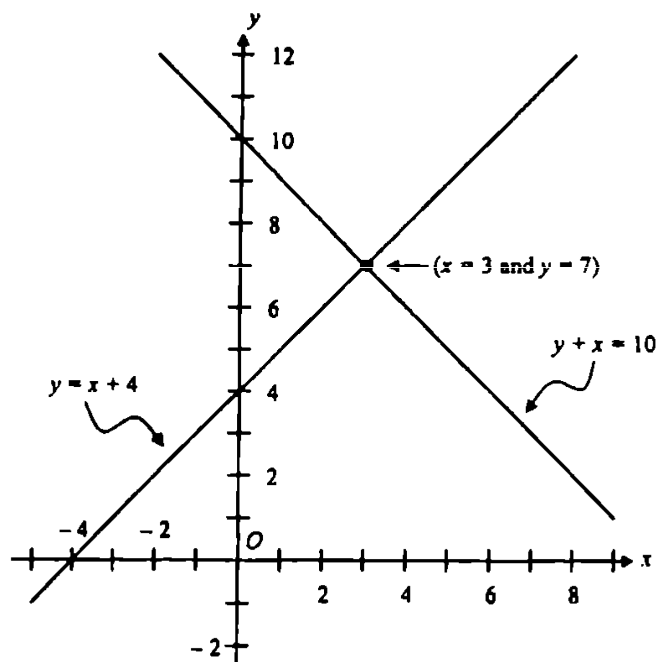
Solving a Pair of Linear Equations Graphically

الحل العام Common Solution لمعادلتين مـن المعـادلات الخطيـة هـو إيجاد قيم المجاهيل التى تحقق المعادلتين معًا. وعلـى سـبيل المثـال $x = 3$، $y = 7$ هو الحل العام للمعادلتين $x + y = 10$ و $y = x + 4$. ونلاحظ أن نقطـة تقـاطع المنحنييـن هـى $x = 3$ و $y = 7$. ومـن المعـروف أن المستقيمات تتقـاطع فـى نقطـة واحـدة والحـل العـام للمعـادلتين هـو إحداثى نقطة التقاطع.



تـذكـر !

الحل العام للمعادلة هو إيجـاد قيمـة إحداثيـات نقطـة التقاطع للخطين المستقيمين.



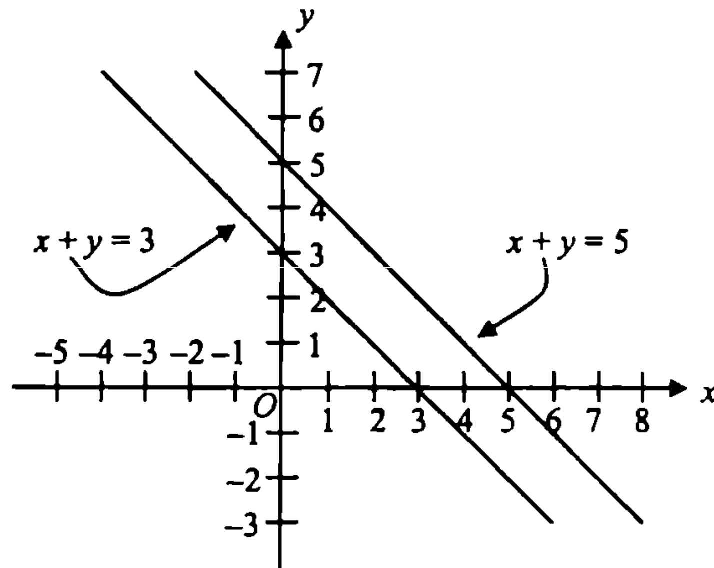
شكل 3-5

المعادلات المتوافقة والغير متوافقة والمعادلات التابعة

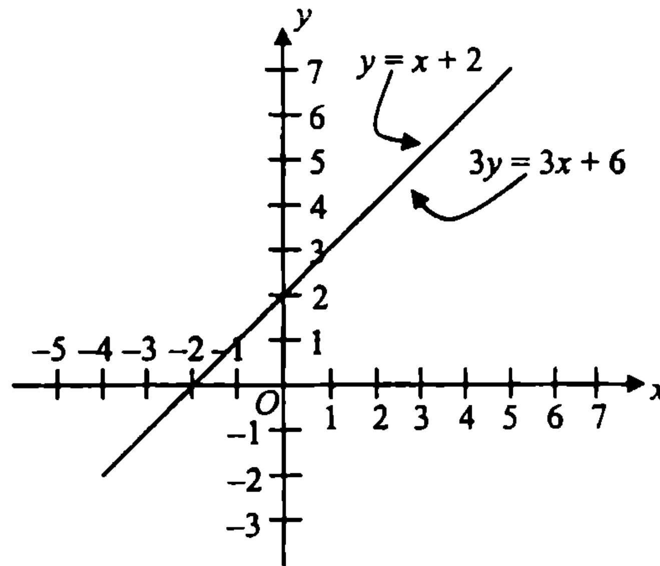
Consistent, Inconsistent and Dependent Equations

1. المعادلات المتوافقة **Consistent** هى المعادلات التى لها قيم واحدة تحقق المعادلتين كما هو واضح من الخطين المتقاطعين بشكل 3-5.
2. المعادلات الغير متوافقة **Inconsistent** هى المعادلات التـى ليـس لها قيم واحدة تحقق المعادلتين كمـا هـو واضـح مـن الخطيـن المتوازيين بشكل 3-6.
3. المعادلات التابعة **Dependent** هى معادلات إذا حققت القيم فيها أحد المعادلات حققت الأخرى.

ملحوظة: يمكن تمثيل الخط المستقيم بصور مختلفة من المعادلة الأصلية التى تمثل الخط المستقيم كما هو موضح بشكل 3-7.



شكل 3-6

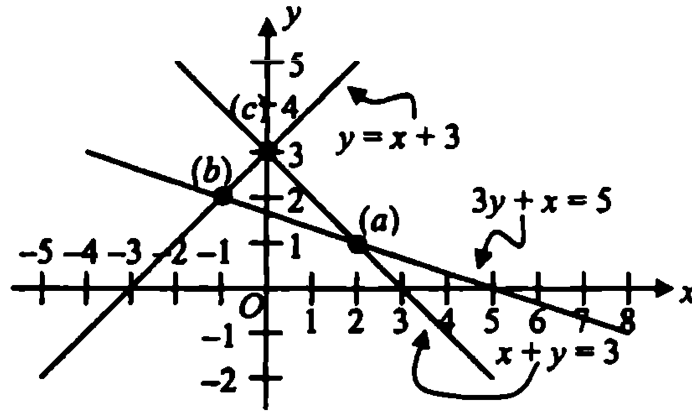


شكل 3-7

مسألة 3.2: من الشكل الموضح (3-8) $3y + x = 5$، $x + y = 3$ و $y = x + 3$.
أوجد الحل العام لكل من:

Problem 3.2: From the graphs of $3y + x = 5$, $x + y = 3$, and $y = x + 3$ shown in Figure 3-8. find the common solution of:

a) $3y + x = 5$ and $x + y = 3$
b) $3y + x = 5$ and $y = x + 3$
c) $x + y = 3$ and $y = x + 3$



شكل 3-8

الحل: c) (0, 3)   b) (−1, 2)   a) (2, 1)

حل معادلتين جبريًا باستخدام عمليات الجمع أو الطرح

Solving a Pair of Equations by Addition or Subtraction

لحل المعادلات الجبرية باستخدام عمليات الجمع أو الطرح، نتبع الخطوات الآتية كما هو موضح فى المثال التالى:

حل المعادلة: Solve:

$$3x - 7 = y$$
$$4x - 5y = 2$$

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. رتب الحدود المتشابهة فى نفس العمود للمعادلتين:	$3x - y = 7$ $4x - 5y = 2$
2. نضرب طرفى المعادلة فى 5:	$(5) \times \quad 3x - y = 7$
ليكون الناتج:	$15x - 5y = 35$

3. لحـذف معـاملات الحـدود المتشابهـة فــى القيمة العددية المطلقة للمجهول نتبع الآتى:
a) نجمع إذا كانت الإشارة مختلفة.
b) نطرح إذا كانت الإشارة متشابهة.

$$\begin{aligned} 15x - 5y &= 35 \\ -(4x - 5y &= 2) \\ \hline 11x \quad &= 33 \end{aligned}$$

4. أوجد قيمة x من المعادلة ليكون الناتج

$x = 3$

5. نعوض عن قيمة $x = 3$ فى المعادلة لإيجاد قيمة y.

$4x - 5y = 2$

أى عندما $y = 2$،
$x = 3$ أو $(3, 2)$

$$\begin{aligned} 4x - 5y &= 2 \\ 4(3) - 5y &= 2 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

ملحوظة: لحذف المتغيرات يمكن ضرب كـل مـن المعـادلتين بـأعداد مختلفة.

مسألة 3.3: استخدم الجمع أو الطرح لحذف المتغير وأوجـد قيمـة x، y من المعادلات الآتية:

Problem 3.3: Use addition or subtraction to eliminate one unknown and solve for x and y.

a) $5x + 3y = 19$
$x + 3y = 11$

b) $3x - 5y = 19$
$2x - 4y = 16$

الحل:

a) (2, 3)

b) (−2, −5)

حل معادلتين باستخدام التعويض

Solving a Pair of Equations by Substitution

لحل المعادلات بطريقة التعويض نتبع الخطوات الآتية كما هـو موضـع فى المثال التالي:

Solve:	$x - 2y = 7$ $3x + y = 35$	حل المعادلة:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نحل المعادلة بواسطة أحد المتغـيرين وذلك بالتعبير عن x بدلالة y:	$x = 2y + 7$
2. نعوض عن المتغـير x بدلالـة y فـى المعادلة الثانية:	$3x + y = 35$ $3(2y + 7) + y = 35$
3. نوجد قيمة المتغير y:	$6y + 21 + y = 35$ $7y = 14$
4. نوجد قيمة y من المعادلة ليكون الناتج:	$y = 2$
5. نوجد قيمة x بالتعويض عـن قيمـة $(x = 2)$ فـى إحـدى المعـادلات الأصلية:	$x = 2y + 7$ $x = 2(2) + 7$ $x = 11$

مسألة 3.4: حل المعادلات الآتية بطريقة التعويض:

Problem 3.4: Solve the substitution:

a) $x - y = 12$, $3x = x - 4y$ b) $x = 2(y - 5)$, $4x + 40 = y - 7$

الحل: a) (8,–4) b) (–12,–1)

استنتاج المعادلة الخطية من جدول البيانات

Deriving a Linear Equation from a Table of Values

استنتاج المعادلة الخطية البسيطة بطريقة البحث

Deriving a Simple Linear Equation by Inspection

المعادلة الخطية البسيطة $y = x + 3$ تشمل عملية جبرية واحدة وهى أن أى قيمة عند y تساوى 3 بالإضافة إلى القيمة المقابلة عند x. ونلاحظ ذلك فى الجدول الموضح للعلاقة $y = x + 3$.

y	−7	0	3	4	6	13
x	−10	−3	0	1	3	10

استنتاج المعادلة الخطية البسيطة بطريقة استخدام النسبة

Deriving a Simple Linear Equation by the Ratio Method

كيف يمكننا استنتاج المعادلة الخطية التى تشمل عمليتين جبريتين كما هو واضح فى المعادلة $y = 4x + 2$؟ ومن الجدول الآتى أى قيمة عند y تساوى 2 بالإضافة إلى 4 مرات قيمة x؟ لاحظ قيم المعادلة $y = 4x + y$ من الجدول تجد أن:

عندما تزيد قيمة x بمقدار 1 تزيد قيمة y بمقدار 4.

عندما تزيد قيمة x بمقدار 2 تزيد قيمة y بمقدار 8.

وعندما تقل قيمة x بمقدار 1 تقل قيمة y بمقدار 4.

التغير فى y +4   +8   −4

y	6	10	18	14
x	1	2	4	3

التغير فى x +1   +2   −1

عند مقارنة التغير فى قيمة y (أعلى الجدول) والتغير المناظر عند قيمة x (أسفل الجدول) نجد أن الفرق عند y مساويًا 4 مرات الفرق عند x ومن هذا نستنتج أن المعادلة فى الشكل $y = 4x + b$ يمكن إيجاد قيمة b وذلك بالتعويض بأى قيم x، y فى المعادلة كما هو موضح فـى المثـال الآتى: $y = 4x + b$

بالتعويض عن $x = 1$، $y = 6$ فى المعادلة نجد أن:

$$6 = 4(1) + b$$

$$2 = b$$

وتكون المعادلة المطلوبة $(y = 4x + 2)$.

✓ يجب أن تعرف

فى المعادلة الخطية $y = mx + b$ يمكن استنتاج قيمة m باستخدام النسبة بين الفرق عند قيمة y والفرق عند قيمة x.

$$m = \frac{\text{الفرق بين قيم } y}{\text{الفرق بين قيم } x}$$

فكر فى حاصل ضرب $m.x$ فى المعادلة $y = mx + b$.

منتصف الخط المستقيم Midpoint of a Segment

(x_m, y_m) هى إحداثيات النقطة M التى تنصف الخط المسـتقيم الواصـل بين النقطة $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$.

$$x_m = ½(x_1 + x_2) \text{ and } y_m = ½(y_1 + y_2)$$

مثال 3.2: إذا كانت M هى منتصف الخط المستقيم PQ أوجد إحداثيات M إذا كانت إحداثيات P هى $P(3, 4)$ وإحداثيات النقطة Q هى $Q(5, 8)$.

Example 3.2: If M is the midpoint of segment PQ, find the coordinates of M if the coordinates of P are $P(3, 4)$ and coordinates of Q are $Q(5, 8)$.

الحل: متوسط إحداثيات x للنقطتين P، Q $\frac{8}{2}=4$، $3 + 5 = 8$.

متوسط إحداثيات y للنقطتين P، Q $\frac{12}{2}=6$، $4 + 8 = 12$.

إحداثيات النقطة M هى $(4, 6)$.

Distance Between Two Points المسافة بين نقطتين

قاعدة 1. المسافة بين نقطتين لهما نفس الإحداثى الصادى هو القيمة المطلقة للفرق بين الإحداثيات السينية وتكون المسافة بين نقطتين دائمًا موجبة وعلى سبيل المثال المسافة بين النقطتين $P(6, 1)$، $Q(9, 1)$ تكون $9 - 6 = 3$.

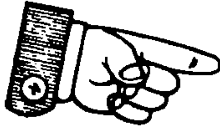
قاعدة 2. المسافة بين نقطتين لهما نفس الإحداثى السينى هو القيمة المطلقة للفرق بين الإحداثيات الصادية وعلى سبيل المثال المسافة بين النقطتين $P(2, 1)$ و $Q(2, 4)$ تكون : $4 - 1 = 3$.

قاعدة 3 فى حالة عدم تساوى الإحداثى السينى أو الصادى للنقطتين $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$ تستخدم العلاقة الآتية

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

وعلى سبيل المثال المسافة بين النقطتين $P(2, 1)$ و $Q(5, 5)$.

$$D = \sqrt{(5-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$



لا تنس!

$\sqrt{9+16} \neq 3+4 \neq 7$

مسألة 3.5: أوجد المسافة بين أزواج النقط التالية:

Problem 3.5
Find the distance between each of the following pairs of points:

a) (–3, –6) and (3, 2) **b) (2, 2) and (5, 5)**

الحل:

a) 10 b) $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

الفصل الرابع
أحادية الحدود ومتعددة الحدود
Monomials and Polynomials

فى هذا الفصل:

- ✔ فهم أحادية الحدود ومتعددة الحدود
- ✔ جمع وطرح أحادية الحدود ومتعددة الحدود
- ✔ ضرب أحادية الحدود ومتعددة الحدود
- ✔ قسمة أحادية الحدود ومتعدد الحدود

فهم أحادية الحدود ومتعددة الحدود
Understanding Monomials and Polynomials

الحد **Term** هو عدد أو حاصل ضرب عددين أو أكثر وتكون هذه الأعداد هى أحد عوامل Factor الحد. والحدود هى مجموعة الأعداد التى تم جمعها أو طرحها. والعوامل هى مجموعة الأعداد التى يتم ضربها وعلى سبيل المثال $-5xy$ يتكون من ثلاثة عوامل هى -5، x، y ويكون xy هو العامل المتغير، -5 هو العامل العددى.

والجملة الجبرية Expression تتكون من حد أو أكثر.

1. أحادية الحدود (Monomial) تعبر عن حد.
2. متعددة الحدود (Polynomial) تعبر عن حدين أو أكثر.

a) ثنائية الحدود (Binomial) هى عبارة عن متعددة الحدود لحدين.
على سبيل المثال: $2x - 3$ جملة ثنائية الحدود Binomials.

b) ثلاثية الحدود (Trinomial) هى عبارة عن متعددة الحدود لثلاثة حدود. على سبيل المثال: $3x^2 - 2x + 1$ جملة ثلاثية الحدود Trinomials.

الحدود المتشابهة Like Terms هى حدود تشمل نفس العامل المتغير بنفس الأس $2xy^2$، $-5xy^2$ هى حدود متشابهة. والحدود الغير متشابهة Unlike Terms هى حدود لا تشمل نفس العامل المتغير. $2xy$، $3x^2$ هى حدود غير متشابهة.

جمع وطرح أحادية الحدود ومتعددة الحدود

Adding and Subtracting Monomials and Polynomials

جمع وطرح أحادية الحدود

Adding and Subtracting Monomials

لجمع أو طرح الحدود المتشابهة:

1. نجمع أو نطرح المعاملات العددية.
2. يبقى العامل المشترك المتغير كما هو.

ملاحظة!

لطرح حد نقوم بإضافة معكوسه ولذلك عند طرح $-3x$ نضيف $+3x$، ونقوم بطرح العامل العددى ويشمل إشارة الحد ذى القيمة المطلقة الكبرى.

Example 4.1: Simplify the following: **مثال 4.1**: بسط الآتى:

a) $+5a + (-2a) - (-4a)$ b) $+10x + (-5a) - (+2x) + (+3a)$

الحل:

a) $5a - 2a + 4a$
$= 7a$

b) $10x - 5a - 2x + 3a$
$10x - 2x - 5a + 3a$
$3a = 8x - 2a$



تذكر !
اجمع أو اطرح الحدود المتشابهة فقط.

ترتيب وجمع متعددة الحدود
Arranging and Adding Polynomials

يمكن ترتيب متعددة الحدود كالآتى:

1. **ترتيب تنازلى Descending Order** وذلك بتناقص الأس فى الحدود على التوالى. $x^4 + x^3 + x^2 + x$ -.
2. **ترتيب تصاعدى Ascending Order** وذلك بتزايد الأس فى الحدود على التوالى. $x + x^2 + x^3 + x^4$ -.

جمع أو طرح متعددة الحدود
Adding and Subtracting Polynomials

لجمع أو طرح متعددة الحدود:

1. نرتب متعددة الحدود حسب الأس تصاعديًا أو تنازليًا مع وضع الحدود المتشابهة فى نفس العمود.
2. اجمع أو اطرح الحدود المتشابهة.

فى متعددة الحدود عنـد تغيير إشـارة حـد يجـب تغيير إشـارة كـل الحدود فى المعادلة الجبرية وعلى سبيل المثال عند طرح $3x + 2y$ نقوم بإضافة $-3x - 2y$.

مثال 4.2: اجمع متعددة الحدود الآتية:

Example 4.2: Add the following polynomials:

a) $6x - 2y + 4$, and $4y - 5 - 2x$

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. رتـب متعـددة الحـدود مـع وضـع الحدود المتشابهة فى نفس العمود:	$6x - 2y + 4$ $+ \ -2x + 4y - 5$
2. اجمع الحدود المتشابهة ليكون الناتج:	$4x + 2y - 1$

تستخدم الأقواس أو مجموعة الأشكال المختلفة للأقواس مثـل [ ] و{ } فى عمليات الجمع والطرح لمتعددة الحدود والقواعد المستخدمة لإزالة هذه الأقواس هى:

قاعدة 1. عند إزالة الأقواس المسبوقة بالإشارة الموجبة do not change لا نغير من إشارة الحدود داخل القوس.

على سبيل المثال: $3x + (+5x - 10) = 3x + 5x - 10$

قاعدة 2. عند إزالة الأقواس المسبوقة بالإشارة السالبة تغير من إشـارة الحدود داخل القوس.

على سبيل المثال: $3x - (+5x - 10) = 3x - 5x + 10$

قاعدة 3. عند استخدام مجموعة مـن الأقـواس المختلفـة الداخليـة والخارجية للمقدار الجبرى نقـوم بإزالـة الأقـواس الداخليـة أولاً ثم الأقواس الخارجية:

على سبيل المثال: $2 + [r - (3 - r)]$

$2 + [r - 3 + r]$

$2 + r - 3 + r$

ليكون الناتج: $2r - 1$

مثال 4.3: اطرح متعددة الحدود التالية:

Example 4.3: Subtract the following polynomials:

a) $(-2x + 4y - 5) - (6x - 2y + 4)$

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. رتب متعددة الحدود مع وضع الحدود المتشابهة فى نفس العمود:	$-2x + 4y - 5$ $- \underline{(6x - 2y + 4)}$
2. غير إشارة كل حد من حدود المطروح لمتعددة الحدود:	$-2x + 4y - 5$ $+ \underline{-6x + 2y - 4}$
3. اجمع الحدود المتشابهة ليكون الناتج:	$-8x + 6y - 9$

ضرب أحادية الحد ومتعددة الحدود

Multiplying Monomials and Polynomials

ضرب متعددة الحدود متشابهة الأساس

Multiplying Monomials and Numbers with the Same Base

قاعدة 1. لضرب الأعداد متشابهة الأساس. يبقى الأساس كما هو ونجمع الأسس. على سبيل المثال: $(x^4)(x^5) = x^9$. لماذا؟

$x^5 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ و $x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$

أى أن: $(x^4)(x^5) = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^9$

قاعدة 2. لإيجاد قيمة أس مرفوع إلى أس يبقى الأساس كما هو ونضرب الأسس. على سبيل المثال $(x^4)^5 = (x)^{20}$ لماذا؟
$(x^4)^5 = x^4 \cdot x^4 \cdot x^4 \cdot x^4 \cdot x^4$

قاعدة 3. عملية التبديل للحدود المضروبة لا يغير من ناتج الضرب وتسمى هذه القاعدة قانون التبديل لعمليات الضرب وعلى سبيل المثال: $3x(4x^2) = 3(4)(x)(x^2) = 12x^3$.

ضرب أحادية الحدود Multiplying Monomials

لضرب أحادية الحدود يجب اتباع الخطوات التالية:

اضرب ما يأتي: $2x \cdot 3x^2 \cdot -4x^3$ Multiply:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نضرب المعاملات العددية:	$(2)(3)(-4) = -24$
2. نضرب المتغيرات:	$(x)(x^2)(x^3) = x^6$
3. نضرب ناتج العمليات السابقة ليكون الناتج:	$= -24x^6$

مسألة 4.1: اضرب: **Problem 4.1:** Multiply:

a) $(2x^2y^3)(-3x^3)(-4xy)$

الحل: a) $24x^6y^4$

ضرب متعددة الحدود وأحادية الحد

Multiplying a Polynomial by a Monomial

قاعدة 1. لضرب متعددة حدود بواسطة أحادية الحد نضرب كل حد من متعددة الحدود في أحادية الحد. على سبيل المثال $4(a + b) = 4a + 4b$ ويسمى هذا القانون **بقانون التوزيع** Distributive Law.

مسألة 4.2: اضرب:

Problem 4.2: Multiply:

a) $3(x-2)$

b) $x(3x+1)$

c) $2(x-y)+3(x+2y)$

الحل:

a) $3x-6$

b) $3x^2+x$

c) $2x-2y+3x+6y$

$= 5x+4y$

ضرب متعددة الحدود
Multiplying Polynomials

لضرب متعددة الحدود يجب اتباع الخطوات التالية:

اضرب ما يأتي: $(3x+4)(1+2x)$ Multiply:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. رتب كل متعددة للحدود على حدة:	$(3x+4)(2x+1)$
2. نضرب كل حد من حدود المتعددة في الحدود التي تشملها الأخرى كل على حدة:	$6x^2+3x+8x+4$
3. اجمع الحدود المتشابهة ليكون الناتج:	$6x^2+11x+4$



عند إجراء عملية الضرب استخدم كلمة FOIL. نضرب الحدود الأولى أولاً ثم الحدود الأخيرة ثم نضرب الوسطين والطرفين. ونجمع الحدود المتشابهة.

FOIL: First terms - Outside terms - Inside terms - Last terms

Problem 4.3: Multiply: **مسألة 4.3**: لضرب:

a) $(8 + c)(3 - 2c)$

الحل: a) $-2c^2 - 13c + 24$

قسمة أحادية الحدود ومتعددة الحدود

Dividing Monomials and Polynomials

Rules of Dividing Monomials قواعد قسمة متعددة الحدود

عند قسمة الأسس ذات الأساس الواحد يمكن ترتيبهم فى صورة كسر ونطبق القواعد التالية:

قاعدة 1. إذا كان أس البسط أكبر من أس المقام نكتب الأساس ونطرح الأس الأصغر من الأس الأكبر. على سبيل المثال: $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$.

قاعدة 2. عند تساوى الأس يكون الناتج هو ناتج قسمة عددين متساويين مساويًا الواحد الصحيح. على سبيل المثال: $\frac{x^4}{x^4} = 1$.

قاعدة 3. إذا كان أس المقام أكبر من أس البسط يكون الكسر مساويًا الواحد الصحيح فى البسط ونكتب الأساس فى المقام ونطرح الأس الأصغر من الأس الأكبر. على سبيل المثال:
$\frac{x^3}{x^7} = \frac{1}{x^{7-3}} = \frac{1}{x^4}$.

Problem 4.4: Divide: **مسألة 4.4**: اقسم:

a) $\frac{-7ab^3c}{14a^4b^2c}$

الحل: a) $\frac{-b}{2a^3}$

قسمة متعددة الحدود وأحادية الحد

Dividing a Polynomial by a Monomial

عند قسمة متعددة الحدود وأحادية الحدود نقسم كل حد من حدود متعددة الحدود على أحادية الحد. على سبيل المثال:

$$\frac{10x+15}{5}=\frac{10x}{5}+\frac{15}{5}=2x+3$$

Problem 4.5: Divide: **مسألة 4.5:** اقسم:

a) $\frac{9x^2-36xy^2}{9xy}$

الحل:

a) $\frac{x}{y}-4y$

قسمة متعددة الحدود بواسطة متعددة حدود

Dividing a Polynomial by a Polynomial

لقسمة متعددة الحدود على نظيرتها من متعددة الحدود يجب إجراء الخطوات الآتية:

Divide: a) $(x-2)$ على (x^2-5x+6) اقسم:

خطوات الحل Procedure	Solution الحل
1. نضع علامة القسمة المطولة ونرتب حدود متعددة الحدود ترتيبًا تنازليًا حسب الأس:	$x-2\overline{)x^2-5x+6}$
2. نقسم الحد الأول من المقسوم على الحد الأول للمقسوم عليه:	$\begin{array}{r} x \\ x-2\overline{)x^2-5x+6} \end{array}$

3. نضرب الحد الأول من الناتج فـي كـل حد من حدود المقسوم عليه:

$$x-2\overline{)x^2-5x+6}\quad \text{quotient: } x$$

$$\underline{x^2-2x}$$

4. نطرح الحدود المتشابهة ونقوم بإضافـة الحد التالى أسفل:

$$-3x+6$$

5. تكرار الخطوات 2، 4:
القسمة ـ الضرب ـ الطرح

$$x-2\overline{)-3x+6}\quad \text{quotient: } -3$$

$$\underline{-3x+6}$$

$$0 \quad 0$$

6. إذا كان هناك باق يضاف علـى صـورة كسر على المقسوم عليه.
ليكون الناتج:

$$x-3$$

مثال 4.4: اقسم: **Example 4.4:** Divide:

a) $(2x-4)$ على $(8x^2-10x+8)$

الحل:

a)

$$4x+3+\frac{20}{2x-4}$$

$$2x-4\overline{)8x^2-10x+8}$$

$$\underline{8x^2-16x}$$

$$6x+8$$

$$\underline{6x-12}$$

$$20$$

الفصل الخامس
مسائل محلولة
Problem Solving

فى هذا الفصل:

- ✔ مقدمة لحل المسائل
- ✔ المتتابعات ومسائل الأعداد
- ✔ مسائل الأعمار
- ✔ مسائل النسبة
- ✔ مسائل الزوايا
- ✔ مسائل المحيط
- ✔ مسائل العملة
- ✔ مسائل الفوائد
- ✔ مسائل الحركة الخطية

مقدمة لحل المسائل Introduction to Problem Solving

الطرق الأربع لحل المسائل هى كما يأتى:

1. التعبير **Representation** عن المجاهيل بمتغيرات تمثل هذه المجاهيل.
2. ترجمة **Translation** العلاقة بين المجاهيل فى صورة معادلة.

3. حل Solution المعادلات جبريًا لإيجاد قيمة المجاهيل.

4. تأكد Check من تحقيق الناتج للمعادلة الأصلية.

المتتابعات ومسائل الأعداد

Consecutive-Integer Problems

تشمل مجموعة الأعداد المتتابعة مجموعة من الأعداد الزوجية المتتابعة أو مجموعة من الأعداد الفردية المتتابعة وكل مجموعة تشمل مجموعة أعداد فى ترتيب تصاعدى من الشمال إلى اليمين.

ملحوظة: فى الجدول الموضح بشكل 5-1 تمثل n العدد الأول للمجموعة. على أى حال يمكن استخدام n لتمثل أى عدد آخر فى المجموعة. وهكذا يمكن تمثيل مجموعة من ثلاثة أعداد متتالية. $n+1$، n، $n-1$:

جدول الأعداد (Table of Integers)

	متتابعات عددية	متتابعات عددية زوجية	متتابعات عددية فردية
توضيح	4, 5, 6, 7 −4, −3, −2, −1	4, 6, 8, 10 −4, −2, 0, 2	5, 7, 9, 11 −5, −3, −1, 1
نوع الأعداد	زوجي أو فردى	زوجي فقط	فردى فقط
الأساس	1	2	2
تمثل الأعداد للمتتابعة الأول للمتتابعة الثانية للمتتابعة الثالثة	n $n+1$ $n+2$	n $n+2$ $n+4$	n $n+2$ $n+4$

شكل 5-1

مثال 5.1: a) أوجد خمسة أعداد فردية متتابعة مجموعهم 45.

Example 5.1: a) Find five consecutive odd integers whose sum is 45.

الحل: الطريقة I:

1. نجعل n، $n+2$، $n+4$، $n+6$، $n+8$ تمثل خمسة أعداد فردية متتالية.
2. ويكون جمعهم $5n+20$.
3. ناتج الجمع = 45 أى أن: $5n+20=45$.
ومن المعادلة نجد أن: $n=5$ وهو العدد الأول.
4. الأعداد المطلوبة هى: 5، 7، 9، 11، 13.

الطريقة II:

1. نجعل $n-4$، $n-2$، n، $n+2$، $n+4$ تمثل خمسة أعداد فردية متتالية.
2. يكون مجموعهم = $5n$.
3. ناتج الجمع = 45 أى أن: $5n=45$.
ومن المعادلة نجد أن $n=9$ وهى تمثل العدد الثالث.
4. الأعداد المطلوبة هى: 5، 7، 9، 11، 13.

مسائل الأعمار Age Problems

قاعدة 1. لإيجاد عمر فرد فى المستقبل بعدد معين من السنين نضيف Add هذا العدد إلى عمره الحالى. على سبيل المثال فى خلال 10 سنوات يكون عمر شخص عمره الآن 17 سنة مساويًا 10 + 17 أو 27 سنة.

قاعدة 2. لإيجاد عمر شخص فى الماضى بعدد معين من السنين نقوم بطرح Subtract هذا العدد المعين من السنين من عمره الحالى. على سبيل المثال شخص عمره الآن 17 عامًا فيكون عمره منذ 10 سنوات هو 7 سنوات.

مثال 5.2: عمر أب يزيد عن عمر ابنته الآن بعشرين عامًا. وبعد 8 سنوات يزيد عمر الأب عن ضعف عمر ابنته بمقدار 5 سنوات. أوجد عمر الأب والابنة الآن.

Example 5.2: A father is now 20 years older than his daughter. In 8 years, the father's age will be 5 years more than twice the daughter's age then. find their present age.

الحل: الطريقة I:

1. نفرض أن عمر الأب = F وعمر الابنة = D الآن.
2. ولذلك $F = D + 20$.
3. $F + 8 = 2(D + 8) + 5$
4. بالتعويض عن $F = (D + 20)$.
5. $(D + 20) + 8 = 2(D + 8) + 5$

$$D + 28 = 2D + 21$$

ويكون الناتج: $D = 7$

الطريقة II:

1. نفرض أن D هو عمر الابنة الآن و $(D + 20)$ هو عمر الأب الآن.
2. $(D + 20) + 8 = 2(D + 8) + 5$

$$D + 28 = 2D + 16 + 5$$

ويكون الناتج: $D = 7$

Ratio Problems مسائل النسبة

تستخدم النسبة للمقارنة بين كميتين بواسطة عمليات القسمة. والنسبة هى عبارة عن علاقات بين كميات متناسبة. ويمكن التعبير عن النسبة بالطرق الآتية:

1. باستخدام علامة التناسب: $3 : 4$
2. باستخدام حرف الجر (إلى): 3 إلى 4 (3 to 4)

3. باستخدام علامة الكسر: $\frac{3}{4}$

4. كرقم عشرى: 0.75

5. كنسبة مئوية: 75%

القواعد الأساسية للنسبة — General Principles of Ratios

قاعدة 1. لإيجاد النسبة بين كميتين يجب أن تكون وحدات الكميات المتناسبة واحدة. وعلى سبيل المثال: النسبة بين 1 قدم إلى 4 بوصات يكون 12 بوصة إلى 4 بوصات أو 1 3.

قاعدة 2. يكون ناتج النسبة بدون وحدات abstract number وعلى سبيل المثال: ($4 إلى $12) يكون 3 : 1 ويجب إزالة علامة الدولار $.

قاعدة 3. يجب تبسيط حدى النسبة إلى أقل ما يمكن وإزالة العامل المشترك لكل من البسط والمقام. على سبيل المثال ناتج النسبة (20 إلى 30) يكون 3 : 2.

قاعدة 4. تناسب ثلاثة كميات أو أكثر يعبر عنه كتناسب مستمر وعلى سبيل المثال. النسبية بين $2 إلى $3 إلى $5 هى 5 : 3 : 2.

مسألة 5.1: عبر عن النسب الآتية فى أبسط صورة:

Problem 5.1: Express each ratio in lowest terms:

a) 175 to 75 b) $2x^3 : 6x$

الحل: a) 7 3 b) $x^2 : 3$

مثال 5.3: إذا كانت النسبة بين عددين 5 : 2 ومجموعهم 35. أوجد العدد الأكبر؟

Problem 5.3: Two numbers have a ratio of 2 : 5. If their sum is 35, what is the larger number?

الحل: نفرض أن العدد الأكبر $5x$ والعدد الأصغر $2x$.

1. لذلك $2x + 5x = 35$.

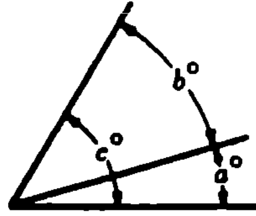
$x = 5$

2. إذن العدد الأكبر $5x$ هو 25.

مسائل الزوايا Angle Problems

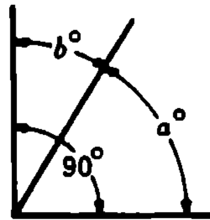
أزواج الزوايا Pairs of Angles

1. الزوايا المتجاورة Adjacent angles همـا زوايـا ذات رأس واحـد وجانب مشترك بينهم. فـي شكـل 5-2 $\angle a$ و $\angle b$ همـا زاويتـان متجاورتان.

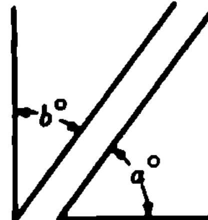


شكل 5-2

2. الزوايا المتممة Complementary Angles وهما عبارة عن زاويتيـن مجموعهما 90° أو زاوية قائمة. فى شكل 5-3a وشكل 5-3b $\angle a$ و $\angle b$ هما زاويتان متتامتان.

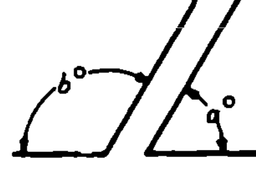


شكل 5-3a

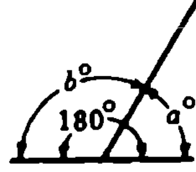


شكل 5-3b

3. الزوايا المتكاملة Supplementary Angles وهما عبارة عن زاويتين مجموعهما 180° أو زاوية مستقيمة. فى شكل 5-4a وشكل 5-4b، $\angle a$، $\angle b$ هما زاويتان متكاملتان.

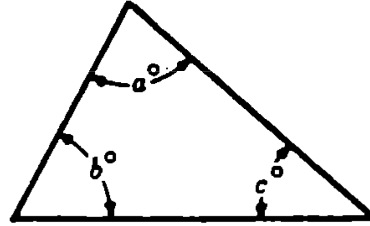


شكل 5-4b

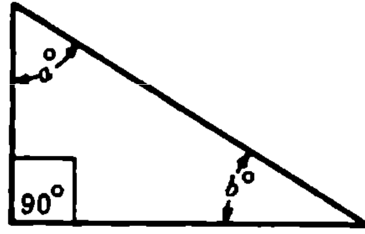


شكل 5-4a

4. مجموع الزوايا الداخلية لأى مثلث = 180°. فى شكل 5-5، $a + b + c = 180°$.



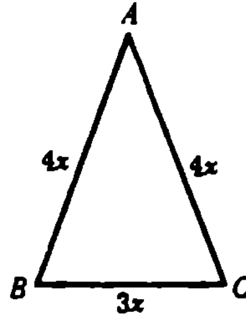
شكل 5-5



شكل 5-6

5. مجموع الزوايا الحادة للمثلث القائم الزاوية = 90°. فى شكل 5-6، $a + b = 90°$

6. الزوايا المقابلة للضلعين المتساويين فى المثلث المتساوى الساقين متساوية. فى شكل 5-7، $AB = BC = 4x$، إذاً $\angle C \cong \angle B$.



شكل 5-7

مثال 5.4: النسبة بين زاويتين متجاورتين كنسبة 3 إلى 2 وتكون زاوية مقدارها $40°$. أوجد الزاويتين.

Problem 5.4: Two adjacent angles are in the ratio of 3 to 2 and form an angle of 40°. Find the angles.

الحل: 1. نفرض أن الزاويتين هما $3x$ و $2x$.

2. نكون المعادلة: $3x + 2x = 40$.

3. وبحل المعادلة يكون الناتج $x = 8$.

4. الزوايا المطلوبة هى: $3(8)$، $2(8)$ أو $16°$ و $24°$.

مثال 5.5: زاويتين متتامتين إحداهما ضعف الأخرى. أوجد الزاويتين.

Problem 5.5: An angle is twice its complement. What is the angle?

الحل: 1. نفرض أن إحدى الزاويتين $= x$ والزاوية المتممة لها $2x$.

2. تكون المعادلة $x + 2x = 90°$ وبحل المعادلة يكون الناتج $x = 30$.

3. الزاوية المطلوبة هى $2(30)$ أو $60°$.

مثال 5.6: زاوية تقل عن ضعف الزاوية المكملة لها بمقدار $60°$. أوجد الزوايا.

Problem 5.6: An angle is 60° less than twice its supplement. Find the angles.

الحل: 1. نفرض أن الزاوية المطلوبة هى x والزاوية المكملة لها هى $(180 - x)$.

2. نحل المعادلة: $x = 2(180 - x) - 60$

$x = 360 - 2x - 60$

ويكون الناتج: $x = 100$

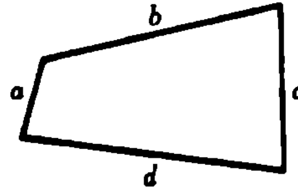
3. الزوايا المطلوبة هى $100°$ و $80°$.

Perimeter Problems مسائل المحيط

محيط أى مضلع هو مجموع أضلاعه.

فى الشكل الرباعى كما هو موضح أسفل فى شكل 8-5 إذا كان المحيط للشكل = p.

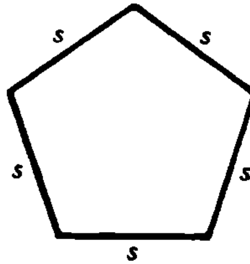
$$p = a + b + c + d$$



شكل 8-5

محيط أى مضلع منتظم هو حاصل ضرب عدد أضلاع المضلع فى طول الضلع. على سبيل المثال محيط المخمس المنتظم كما هو موضح فى شكل 9-5 بفرض أن المحيط = p وطول الضلع = s.

$$\therefore p = 5s$$



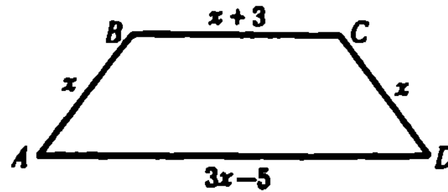
شكل 9-5

ملاحظة!

المضلع المنتظم هو مضلع ذو أضلاع متساوية وزوايا متساوية. المربع هو شكل رباعى منتظم.

مثال 5.7: إذا كان محيط شبه المنحرف الموضح بالشكل أسفل هو 34 وحدة. أوجد أطوال أضلاعه.

Problem 5.7: If the perimeter of the trapezoid shown in the figure below is 34, what are the lengths of the sides?



شكل 5-10

الحل: 1. بجمع الأضلاع فيكون ناتج الجمع:

$$x + (x + 3) + x + (3x - 5) = 34$$

2. لذلك:

$$6x - 2 = 34$$

$$6x = 36$$

يكون الناتج:

$$x = 6$$

3. بالتعويض عن قيمة x نجد أن الأضلاع هى 6، 9، 6، 13.

$$x = 6$$

$$x + 3 = 6 + 3 = 9$$

$$3x + 5 = 18 - 5 = 13$$

مسائل العملة Coin Problems

القيمة الكلية لمجموعة أعداد من عملة واحدة هو عبارة عن حاصل ضرب قيمة العملة الواحدة فى عدد العملات.

$$T = NV$$

على سبيل المثال قيمة 8 عملات فضية فئة 5 سنت هى 40 = (5)8 سنت.

مثال 5.8: لدى ماريا نوعان من العملات فى البنك فئة 5 cents و 25 cents. فإذا كان عدد العملات فئة 5 cents تساوى 3 مرات عدد العملات فئة

.25 cents. فإذا كانت قيمة العملات فئة 25 cents هى $6.50. أوجد عدد عملات كل نوع.

Problem 5.8: In her coin bank, Maria has three times as many quarters as nickels. If the value of the quarters is $5.60 more than the value of the nickels, how many of each kind does she have?

الحل: 1. نفرض أن عدد العملات فئة 5 cents $n =$ وعدد العملات فئة 25 cents $3n =$

2. نفرض أن قيمة العملات فئة 5 cents $5n =$ وفئة العملات 25 cents $= 25(3n)$.

3. نكون المعادلة $75\,n = 560 + 5n$.

4. من حل المعادلة السابقة يكون الناتج أن عدد العملات فئة 5 cents = 8 وعدد العملات فئة 25 cents = 24.

مسائل الفوائد Interest Problems

الفائدة السنوية I هى عبارة عن حاصل ضرب P فى معدل الفائدة السنوية R أى أن:

$$I = PR$$

على سبيل المثال الفائدة السنوية لمبلغ مقدار $200 بفائدة سنوية 6% هو (200)(0.06) أو $12.

مثال 5.9: يدع السيد ونج مبلغ مقداره $8,000 فى البنك. جزء من المبلغ بفائدة سنوية 5% والباقى بفائدة سنوية 2%. وعند حساب الربح السنوى وجد أن فوائد المبلغ ذات 5% يزيد عن المبلغ ذات فوائد 2% بمقدار $85 أوجد مقدار كل وديعة.

Problem 5.9: Mr. Wong invested $8,000 , part at 5% and the rest at 2%. The yearly income from the 5% investment exceeded that from the 2% by $85. Find the investment at each rate.

الحل: 1. نفرض أن الوديعة ذات الفائدة 5% = x والوديعة ذات $(8000 - x) = 2\%$.

2. الربح السنوى للوديعة A ذات الفائدة $5\% = 0.05\,x$.

والربح السنوى للوديعة B ذات الفائدة $2\% = (x - 8000)0.02$.

3. من المعادلة: $A - B = 0.05\,x - 0.02(8000 - x) = \$85$.

4. نضرب طرفى المعادلة × 100.

5. نحل المعادلة: $5x - 2(8{,}000 - x) = 8500$

$5x - 16{,}000 + 2x = 8500$

يكون الناتج: $7x = 24{,}500$

6. من المعادلة يكون قيمة $x = \$3{,}500$، $8000 - x = \$4500$

أى أن قيمة الوديعة $A = \$3500$ وقيمة الوديعة $B = \$4{,}500$.

مسائل الحركة الخطية Motion Problems

المسافة المقطوعة D خلال الرحلة هى حاصل ضرب معدل السرعة R فى زمن الرحلة T.

$$D = RT \qquad R = \frac{D}{T} \qquad T = \frac{D}{R}$$

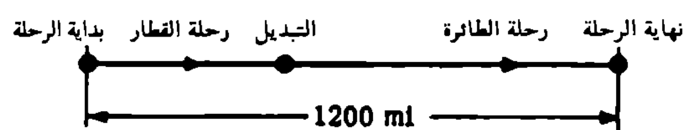
وعلى سبيل المثال المسافة المقطوعة خلال 5 ساعات بسرعة 5 ميل/ساعة هى 150 ميلاً.

لا تنس!

عند استخدام القانون $D = RT$ يجب أن تكون وحدات السرعة والمسافة والزمن متوافقة فى المعادلة.

مثال 5.10: قطع وليم مسافة 1860 ميـل علـى مرحلتيـن. فـى المرحلـة الأولى استخدم القطـار بسـرعة 30 ميـل/سـاعة. وفـى المرحلـة الثانيـة استخدم الطائرة بسرعة 150 ميل/ساعة. فإذا كان زمـن الرحلـة بالقطـار يزيد عن الرحلة بالطائرة بمقدار ساعتين. كم من الزمن استغرقت الرحلة؟

Problem 5.10: In going 1860 miles, William used a train first and later a plane. The train, going at 30 miles per hour took 2 hours longer than the plane traveling at 150 miles per hours. How long did the trip take?



شكل 5-11

الحل:

	معدل السرعة (ميل/ساعة) Rate (mph)	الزمن (ساعة) Time (h)	المسافة (ميل) Distance (mi)
رحلة الطائرة	150	T	$150T$
رحلة القطار	30	$T+2$	$30T+60$

1. المسافة الكلية المقطوعة 1860 ميل.
2. نكون المعادلة: $150T + 30T + 60 = 1860$.
3. نحل المعادلة: $T \cdot T = 10$.
4. تستغرق الرحلة 22 ساعة.

10 ساعات بالقطار، 12 ساعة بالطائرة.

الفصل السادس
المعاملات
Factoring

في هذا الفصل:

- ✔ فهم العوامل والمضروب
- ✔ تحليل متعددة الحدود التى تشمل معامل أحادى مشترك
- ✔ مربعات أحادية الحدود
- ✔ إيجاد الجذر التربيعى لأحادية الحدود
- ✔ تحليل الفرق بين مربعين
- ✔ إيجاد ناتج ضرب ثنائية الحدود ذات حدود متشابهة
- ✔ تحليل المقادير الثلاثية
- ✔ مربعات ثنائية الحدود
- ✔ تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل
- ✔ التحليل التام لمتعددة الحدود

فهم العوامل والمضروب

Understanding Factors and Products

المضروب **Product** هو ناتج ضرب عددين أو أكثر. **عوامل المضروب Factors of the Product** هى الأعداد التى تم ضربها. على سبيل المثال 2، x، y هى عوامل المضروب $2xy$. **لإيجاد ناتج ضرب كثيرة الحدود وأحادية الحدود** نضرب كل حد من حدود كثيرة الحدود فى أحادية الحدود.

$$3(4x + 2y) = 12x + 6y$$



تذكر !

لأى عدد معاملين الواحد الصحيح والعدد نفسه.

لتحليل عدد إلى عدة عوامل لا تشمل الواحد الصحيح والعدد نفسه وعلى سبيل المثال يمكن تحليل المقدار $2ax + 6a$ إلى عوامل يكون الناتج $2a(x + 3)$. لتحليل كثيرة الحدود التى تشمل حدين أو أكثر تحليلاً تامًا يتم التحليل على مراحل حتى نصل إلى العوامل الأولية للمقدار وعلى سبيل المثال لتحليل المقدار $(2ax + 6a)$ إلى عوامل الأولية يكون الناتج $2a(x + 3)$.

مسألة 6.1: أوجد ناتج ضرب المقدار: **Problem 6.1:** Find the product:

a) $-7x(x - 2)$

الحل: a) $-7x^2 + 14x$

مسألة 6.2: حلل المقدار الآتى إلى العوامل الأولية:

Problem 6.2: Factor Completely:

a) $4x^3 + 8x^2 - 24x$

الحل: a) $4x(x^2 + 2x - 6)$

تحليل متعددة الحدود التى تشمل معامل أحادى مشترك

Factoring a Polynomial Having a Common Monomial Factor

العامل المشترك لمتعددة الحدود A Common Monomial Factor of Polynomial هو عبارة عن مقدار أحادى الحد لكل حد من حدود متعددة الحدود وعلى سبيل المثال 7، a^2 هى العامل المشترك للمقدار $7a^2 + 7a^2y - 7a^2z$.

العامل المشترك الأعلى لمتعددة الحدود The Highest Common Monomial Factor of a Polynomial (HCF) هو حاصل ضرب المعاملات الأولية لمتعددة الحدود. على سبيل المثال $7a^2$ هو العامل المشترك الأعلى للمقدار $7a^2 + 7a^2y - 7a^2z$.

حلل المقدار: Factor:

$$7ax^2 + 14bx^2 - 21cx^2$$

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. استخدم العامل المشترك الأعلى كعامل واحد:	$HCF = 7x^2$
2. بقسمة كل حد من حدود كثيرة الحدود على العامل المشترك الأعلى:	$\frac{7ax^2 + 14bx^2 - 21cx^2}{7x^2} = a + 2b - 3c$
3. نكتب المقدار فى الصورة الآتية:	$7x^2(a + 2b - 3c)$

مربعات أحادية الحدود Squaring a Monomial

مربع العدد Square of a Number هو حاصل ضرب العدد فى نفسه ويستخدم العدد مرتين كعامل وعلى سبيل المثال مربع العدد 7 هو 49 أو $49 = (7)(7)$.

مربع سالب العدد هو نفس مربع العدد بالموجب على سبيل المثال مربع (7-) هو $(-7)(-7) = 49$.

لتربيع أحادية الحد نربع العامل العددى ونحتفظ بالأساس مع مضاعفة الأس وعلى سبيل المثال:

$$(5ab^3)(5ab^3) = 25a^2b^6$$

إيجاد الجذر التربيعى لأحادية الحدود

Finding the Square Root of a Monomial

الجذر التربيعى لعدد هو أحد عامليه المتساويين وعلى سبيل المثال فإن الجذر التربيعى للعدد 49 هو (7) أو (7-).

أى أن: $49 = (7)(7) = (-7)(-7)$

✓ يجب أن تعرف

للعدد الموجب جذران تربيعيان أحدهما عكس الآخر فى الإشارة.

الجذر التربيعى الأساسى للعدد هو الجذر التربيعى الموجب. لإيجاد الجذر التربيعى الأساسى لأحادية الحد نوجد الجذر التربيعى الأساسى للقيمة العددية للعامل العددى ونحتفظ بالأساس مع إيجاد نصف قيمة الأس وعلى سبيل المثال:

$$\sqrt{16y^{16}} = 4y^8$$

مسألة 6.3: أوجد الجذر التربيعى الأساسى للمقدار:

Problem .6.3: Find the principal square root:

a) $\sqrt{\frac{x^{18}}{y^2}}$

الحل: a) $\frac{x^9}{y}$

تحليل الفرق بين مربعين

Factoring the Difference of Two Squares

حاصل ضرب مجموع عددين فى الفرق بين العددين هو عبارة عن مربع العدد الأول مطروحًا منه مربع العدد الثانى. على سبيل المثال:

$$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$$

وبتعبير آخر فإن الفرق بين مربعى عددين هو حاصل ضرب مجموع جذرى العددين فى الفرق بين جذرى العددين. على سبيل المثال:

$$a^2 - 64 = (a + 8)(a - 8)$$

Example 6.3: Factor: **مثال 6.3:** حلل المقادير الآتية إلى عوامل:

a) $36 - a^2$ b) $x^2 - 100y^2$

الحل: a) $(6 + a)(6 - a)$ b) $(x + 10y)(x - 10y)$

إيجاد ناتج ضرب ثنائية الحدود ذات حدود متشابهة

Finding the Product of Two Binomials with Like Terms

Multiply: $3x + 5$ by $2x + 4$ اضرب ما يأتى:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نضرب الحد الأول فى الحد المناظر له:	$(3x)(2x) = 6x^2$
2. نجمع ناتج ضرب الطرفين والوسطين:	$12x + 10x = 22x$
3. نضرب الحد الأخير فى الحد المناظر له:	$(5)(4) = 20$
4. نجمع ناتج الخطوات السابقة يكون الناتج:	$6x^2 + 22x + 20$

مسألة 6.4: اضرب ما يأتى: **Problem 6.4:** Multiply:

a) $(2c - b)(5c - b)$

الحل: a) $10c^2 - 7bc + b^2$

تحليل المقادير الثلاثية Factoring Trinomials

تحليل المقدار الثلاثى فى الصورة $x^2 + bx + c$

Factoring Trinomials of the Form $x^2 + bx + c$

يمكن تحليل المقدار الثلا ثى فى صورة $x^2 + bx + c$ أو لا يمكن إجراء عملية التحليل. إذا أمكن إجراء عملية التحليل يجب اتخاذ الخطوات التالية:

حلل المقدار: $x^2 + 6x + 5$ Factor:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نحلل المقدار x^2 إلى $x \cdot x$: وهو الحد الأول لكل من ثنائية الحدود:	حلل x^2
2. نحلل الحد الأخير c إلى عاملين مجموعهم (b).	حلل 5+ $(-5)(-1), (5)(1)$

نختار العاملين (1)(5) لأن مجموعهم = +6 وهو نفس إشارة الحد الأوسط للمقدار.

3. نكون معاملات ثنائية الحدود من المعاملات المستنتجة من الخطوات السابقة ليكون الناتج: $(x + 5)(x + 1)$

مسألة 6.5: حلل المقادير الثلاثية الآتية:

Problem 6.5: Factor:

a) $x^2 + 6x - 7$
b) $x^2 + 6x + 8$
c) $x^2 + 5x + 6$
d) $x^2 - 3x - 4$

الحل:

a) $(x + 7)(x - 1)$
b) $(x + 4)(x + 2)$
c) $(x + 3)(x + 2)$
d) $(x - 4)(x + 1)$

تحليل المقدار الثلاثى فى الصورة $ax^2 + bx + c$

Factoring Trinomials of the Form $ax^2 + bx + c$

يمكن تحليل المقدار الثلاثى فى صورة $ax^2 + bx + c$ أو لا يمكن إجراء عملية التحليل. إذا أمكن إجراء عملية التحليل يجب اتخاذ الخطوات التالية:

حلل المقدار: $2x^2 - 11x + 5$ Factor:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نحلل المقدار ax^2 إلى $(ax) \cdot (x)$	حلل $2x^2$ $(2x)(x)$
2. نحلل الحد الأخير c إلى عاملين ليكون الحد الثانى من حدود ثنائية الحدود التى يتم تكوينها ليكون الناتج هو الحد الأوسط bx.	$(-5)(-1), (+5)(+1)$

نختار العاملين $(-1)(-5)$ للحصول على ناتج مجموع حاصل ضرب الطرفين $(-10x)$ والوسطين $(-x)$ ليكون الناتج $-11x$ وهو يمثل الحد الأوسط.

3. نكون معاملات ثنائية الحدود من الخطوات السابقة ليكون الناتج: $(2x-1)(x-5)$

4. نختبر المقدار باستخدام كلمة FOIL وهى عمليات الضرب على الترتيب الحد الأول فى الحد المناظر له والحد الأخير فى الحد المناظر له وحاصل ضرب الوسطين ثم الطرفين $2x^2-10x-x+5$
ليكون الناتج: $2x^2-11x+5$

مسألة 6.6: حلل المقادير الثلاثية الآتية: **Problem 6.6:** Factor:

a) $2x^2-7x+5$
b) $3x^2+4x-4$
c) $4x^2+9x+2$
d) $6x^2-7x-5$

الحل:

a) $(2x-5)(x-1)$
b) $(3x-2)(x+2)$
c) $(4x+1)(x+2)$
d) $(3x-5)(2x+1)$

مربعات ثنائية الحدود Squaring a Binomial

مربع ثنائية الحدود هو مربع كامل لمقدار ثلاثى. على سبيل المثال مربع المقدار $(x+y)$ أو $(x+y)^2$ هو مربع كامل ثلاثى المقدار.

$$x^2+2xy+y^2$$

أوجد مربع المقدار: $(3x + 5)$ Square:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نربع الحد الأول للحصول على الحد الأول من المقدار الثلاثى.	$(3x)^2 = 9x^2$
2. ضعف حاصل ضرب الحد الأول فى الثانى وهو الحد الأوسط من المقدار الثلاثى.	$2(3x)(5) = 30x$
3. نربع الحد الأخير للحصول على الحد الأخير من المقدار الثلاثى.	$(+5)^2 = 25$
4. نكون المعادلة من النتائج السابقة	$9x^2 + 30x + 25$

ملاحظة!

مربع المقدار $(3x + 5)$ يعنى $(3x + 5)^2$ يعنى $(3x + 5)(3x + 5)$.

تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل

Factoring a Perfect-Square Trinomial

عوامل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل عبارة عن صورتين متساويتين من ثنائية الحدود. على سبيل المثال عوامل المقدار الثلاثى:

$$x^2 + 2xy + y^2$$

هى: $(x + y)$ و $(x + y)$.

والمقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل يشمل:

1. الحد الأول والحد الأخير وهما عبارة عن مربع تام موجب.
2. الحد الأوسط وهو يشمل ضعف حاصل ضرب الحد الأول فى الحد الأخير.

وعلى سبيل المثال. $x^2 + 14x + 49$ ، $x^2 - 14x + 49$ هـى مقـادير ثلاثيـة على صورة المربع الكامل.

أى أن: $x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$ وبالمثل $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

حلل المقدار: $4x^2 - 20x + 25$ Factor:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نوجد الجذر التربيعى الأساسـى للحـد الأول من المعادلة ليمثـل الحـد الأول من كل من ثنائية الحدود.	$\sqrt{4x^2} = 2x$
2. نوجد الجذر التربيعى الأساسـى للحـد الأخـير مـن المعادلـة ليكـون الحـد الأخير من كل ثنائية:	$\sqrt{25} = 5$
3. كون ثنائية الحدود من نتائج الخطوات السابقة ليكون الناتج:	$(2x - 5)^2$

مسألة 6.7: حلل المقادير الثلاثية الآتية: **Problem 6.7:** Factor:

a) $25y^2 - 10y + 1$
b) $9y^2 - 24y + 16$
c) $4y^2 + 28y + 49$
d) $25 - 10xy + x^2y^2$

الحل:

a) $(5y - 1)^2$
b) $(3y - 4)^2$
c) $(2y + 7)^2$
d) $(5 - xy)^2$

التحليل التام لمتعددة الحدود

Factoring Polynomials Completely

لتحليل متعددة الحـدود تحليـلاً تامًـا To Factor an Expression Completely

يتم تحليل المقدار على مراحل حتى تتم عملية التحليل كالآتى:

1. أولاً نجد العامل المشترك الأعلى للمقدار (HCF).

2. نحلل المقدار كما هو متبع فـي الفـرق بيـن مربعيـن أو تحليـل المقدار الثلاثى إلى أبسط صورة.

على سبيل المثال لتحليل المقدار $5x^2 - 5$ يتم أولاً حلـه علـى الصـورة $5(x^2 - 1)$ ثم يحلل بصورة الفرق بين مربعين إلى أبسط صورة وهى:

$$5(x-1)(x+1)$$

مثال 6.1: حلل المقادير الآتية تحليلاً تامًا:

Example 6.1: Factor completely:

a) $3b^2 - 27$

b) $5x^2 + 10x + 5$

c) $6x^2 - 9x - 15$

الحل:

a) 1. نجد العامل المشترك الأعلى HCF: a) $3(b^2 - 9)$

2. نستمر فى عملية التحليل ليكون الناتج: $3(b-3)(b+3)$

b) 1. نجد العامل المشترك الأعلى HCF. b) $5(x^2 + 2x + 1)$

2. نستمر فى عملية التحليل ليكون الناتج: $5(x+1)^2$

c) 1. نجد العامل المشترك الأعلى HCF. c) $3(2x^2 - 3x - 5)$

2. نستمر فى عملية التحليل ليكون الناتج: $3(2x-5)(x+1)$

الفصل السابع

الكســـور

Fractions

فى هذا الفصل:

- ✔ فهم الكسور
- ✔ تحويل الكسور إلى كسور مكافئة
- ✔ مقلوب العدد واستخداماته
- ✔ اختصار الكسور إلى أبسط صورة
- ✔ ضرب الكسور
- ✔ قسمة الكسور
- ✔ جمع أو طرح الكسور متحدة المقام
- ✔ جمع أو طرح الكسور مختلفة المقام
- ✔ اختصار الكسور المركبة

فهم الكسور Understanding Fractions

حدود الكسر **Terms of a Fraction** هما البسط والمقام وعلى سبيل المثال الكسر $\frac{8}{9}$ العدد 8 هو البسط، 9 هو المقام. ويعبر الكسر عن عدة عمليات حسابية حسب نوع استخدام الكسر. كالآتى:

النوع 1. يعبر الكسر Fraction عن عمليات القسمة Division والكسر $\frac{3}{4}$ يعنى العدد 3 مقسوم على 4 أو 4 ÷ 3.

النوع 2. يعبر الكسر عن النسبة Ratio بين عددين. وعلى سبيل المثال الكسر $\frac{3}{4}$ يعبر عن النسبة بين العددين وهى 4 : 3.

النوع 3. يعبر الكسر عن جزء من كمية معلومة أو جزء من مجموعة وعلى سبيل المثال الكسر $\frac{3}{4}$ هو عبارة عن ثلاثة أرباع قيمة الدولار أو 3 من كل 4 دولارات.

عندما يكون قيمة البسط للكسر هو الصفر تكون القيمة العددية للكسر هى الصفر وعندما تكون قيمة المقام هى العدد صفر فإن عملية القسمة غير ممكنة لأن الكسر ليس له معنى وعلى سبيل المثال $\frac{0}{4}=0$، $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ ليس لها معنى.

تحويل الكسور إلى كسور مكافئة

Changing Fractions to Equivalent Fractions

الكسور المتساوية Equivalent Fractions هى عبارة عن كسور متساوية القيمة العددية للكسر بالرغم من اختلاف البسط والمقام فى مجموعة الكسور المتساوية. على سبيل المثال $\frac{3}{4}$، $\frac{30}{40}$، $\frac{3x}{4x}$ هى مجموعة كسور متساوية.

ولاستنتاج مجموعة الكسور المتساوية يجب اتباع إحدى القواعد التالية:

قاعدة 1. قيمة الكسر لا تتغير إذا تم ضرب كل من البسط والمقام فى عدد ثابت بحيث لا يساوى هذا العدد الصفر

وعلى سبيل المثال $\frac{30}{40}=\frac{3(10)}{4(10)}=\frac{3}{4}$ وذلك بضرب كل من البسط والمقام في العدد 10.

قاعدة 2. قيمة الكسر لا تتغير إذا قسم كل من البسط والمقام على نفس العدد عدا الصفر وعلى سبيل المثال $\frac{30}{40}=\frac{3(10)}{4(10)}=\frac{3}{4}$ تم قسمة كل من البسط 3، والمقام 4 على العدد 10.

مقلوب العدد واستخداماته Reciprocals and Their Uses

مقلوب العدد هو عبارة عن ناتج قسمة الواحد الصحيح على العدد. على سبيل المثال مقلوب العدد 5 هو $\frac{1}{5}$.

قاعدة 1. الكسور $\frac{a}{b}$ و $\frac{b}{a}$ كل منهما مقلوب الآخر.

قاعدة 2. حاصل ضرب الكسر في مقلوبه يساوي الواحد الصحيح. على سبيل المثال $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)=1$

قاعدة 3. للقسمة على عدد أو كسر نحول عملية القسمة إلى عملية ضرب في مقلوب الكسر أو العدد على سبيل المثال:

$$8\div\frac{2}{3}=8\times\frac{3}{2}$$

قاعدة 4. لحل معادلة تشمل مجهول لها معامل كسرى نضرب طرفي المعادلة في مقلوب الكسر. على سبيل المثال إذا كان $\frac{2}{3}x=10$ نضرب طرفي المعادلة في $\frac{3}{2}$.

اختصار الكسر إلى أبسط صورة

Reducing Fractions to Lowest Terms

يبسط الكسر إلى أبسط صورة عندما لا يكون للبسط أو المقام أى معامل عدا الواحد الصحيح.

قاعدة 1. عند تساوى كل من البسط والمقام للكسر يكون الناتج الواحد الصحيح. وعلى سبيل المثال $\frac{5ab}{5ab}=1$.

قاعدة 2. إذا كان كل من البسط والمقام متساويين ومختلفي في الإشارة يكون الناتج سالب الواحد الصحيح. على سبيل المثال $\frac{x-y}{y-x}=\frac{x-y}{-1(x-y)}=-1$.



لا تطرح أو تجمع أى عدد من كل من البسط والمقام على سبيل المثال:

$\frac{5}{6}\neq\frac{5-4}{6-4}=\frac{1}{2}$ ، $\frac{x}{y}\neq\frac{x+3}{y+3}$.

ضرب الكسور Multiplying Fractions

اضرب ما يأتى: $\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{7}\cdot\frac{77}{6}$ Multiply:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. حلل كل من البسط والمقام:	$\frac{3 \bullet 2 \bullet 5 \bullet 7 \bullet 11}{5 \bullet 7 \bullet 2 \bullet 3}$
2. اختصر العوامل المشتركة فى كل من البسط والمقام:	2, 3, 5, 7
3. اضرب العوامل المتبقية ليكون الناتج:	11 =

قسمة الكسور Dividing Fractions

عند إجراء عملية القسمة على كسر نضرب فى مقلوب الكسر.

Divide: $\frac{14}{x} \div 2\frac{1}{3}$ اقسم ما يأتى:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. أعد كتابة الكسر:	$\frac{14}{x} \div \frac{7}{3}$
2. نضرب فى مقلوب الكسر:	$\frac{14}{x} \bullet \frac{3}{7}$
3. نضرب فى ناتج الكسر ليكون الناتج:	$\frac{6}{x}$

جمع أو طرح الكسور متحدة المقام
Adding or Subtracting Fractions Having the Same Denominator

Combine: $\frac{2a}{15} + \frac{7a}{15} - \frac{4a}{15}$ اجمع:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نكتب المقام ونجمع البسط لكل كسر:	$\frac{2a+7a-4a}{15}$
2. نختصر ناتج الكسر:	$\frac{5a}{15}=\frac{a}{3}$

مثال 7.1: ادمج ما يأتى: **Example 7.1:** Combine:

$$\frac{7}{x-2}-\frac{5+x}{x-2}$$

الحل: 1. اجمع:

$$\frac{7-(5+x)}{x-2}$$

$$\frac{7-5-x}{x-2}$$

2. اختصر:

$$\frac{2-x}{x-2}$$

3. بسط المقدار

ليكون الناتج: $=-1$

جمع أو طرح الكسور مختلفة المقام

Adding or Subtracting Fractions Having Different Denominators

الخطوة الأولى فى عمليات الجمع والطرح لكسور مختلفة المقام هى إيجاد المضاعف المشترك الأدنى LCD.

استخدم القواعد التالية لإيجاد المضاعف المشترك الأدنى للمقام.

قاعدة 1. إذا كان ليس هناك عامل مشترك لمقامين نجد أن العامل المشترك الأدنى لمجموعة المقامات LCD هو حاصل الضرب لمجموعة المقام. على سبيل المثال $3ax$ هو المضاعف المشترك الأدنى لمجموعة الكسور $\frac{1}{x}$، $\frac{1}{a}$، $\frac{1}{3}$.

قاعدة 2. إذا كان هناك عامل مشترك لمقامين نجد أن العامل المشترك الأدنى LCD لمجموعة المقامات هو حاصل ضرب العامل المشترك لمقامين في العوامل الأخرى لكل مقام. على سبيل المثال العامل المشترك الأدنى للكسور الآتية: $\frac{1}{5xy}$ و $\frac{1}{3xy}$.

هو $15xy$. وهو ناتج ضرب العامل المشترك xy في بقية عوامل المقامات 3 و 5.

قاعدة 3. إذا كان هناك عامل مشترك لمتغير له أكثر من أس استخدم أعلى أس في العامل المشترك الأدنى LCD على سبيل المثال $3y^5$ هو العامل المشترك الأدنى لمجموعة الكسور $\frac{1}{3y}$، $\frac{1}{y^2}$ و $\frac{1}{y^5}$.

ادمج ما يأتي: $\frac{s^2}{9r^2} - \frac{s^3}{12r^3}$ Combine:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. أوجد العامل المشترك الأدنى:	$LCD = 36\,r^3$
2. غير كل كسر إلى كسر مكافئ مقامه مضروبًا في العامل المشترك الأدنى LCD = الواحد الصحيح:	$\frac{s^2}{9r^2} \bullet \frac{4r}{4r} = \frac{4rs^2}{36r^3}$ $\frac{s^3}{12r^2} \bullet \frac{3}{3} = \frac{3s^3}{36r^3}$
3. ندمج الكسور متحدة المقام ونختصر المقدار إذا لزم ذلك. ليكون الناتج:	$\frac{4r^2}{36r^3} - \frac{3s^3}{36r^3}$ $= \frac{4r^2 - 3s^3}{36r^3}$

مثال 7.2: ادمج ما يأتى: **Example 7.2: Combine:**

$$\frac{3x}{x-2}+\frac{5x}{x+2}$$

الحل: 1. أوجد العامل المشترك الأدنى وذلك بضرب المقامات:

LCD is $(x-2)(x+2)$

2. نضرب كل كسر فى الواحد الصحيح:

$$\frac{3x}{x-2}\cdot\left(\frac{x+2}{x+2}\right)+\frac{5x}{x+2}\cdot\left(\frac{x-2}{x-2}\right)$$

3. نكتب الكسر فى الصورة المتغيرة:

$$\frac{3x^2+6x}{(x+2)(x-2)}+\frac{5x^2-10x}{(x+2)(x-2)}$$

4. ندمج الكسور ثم نختصر: $\frac{8x^2-4x}{(x+2)(x-2)}$

اختصار الكسور المركبة Simplifying Complex Fractions

الكسور المركبة Complex Fractions هى كسور تشمل كسر على الأقل

داخل كسر. على سبيل المثال: $\frac{\frac{3}{4}}{2}$، $\frac{5}{\frac{2}{3}}$، $\frac{x+\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{4}}$.

هى مجموعة من الكسور المركبة.

لاختصار الكسور المركبة يجب اتباع إحدى الطرق الآتية:

طريقة ضرب العامل المشترك الأدنى LCD

The LCD-Multiplication Method

بسط ما يأتى: **Simplify:**

$$\frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}+\frac{7}{10}}$$

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. أوجد العامل المشترك لكل الكسور الموجودة بالكسر المركب.	$LCD = 30$
2. نضرب كل من البسط والمقام في العامل المشترك الأدنى ثم نختصر إذا لزم الأمر ليكون الناتج:	$\dfrac{\left(x-\frac{1}{3}\right)(30)}{\left(\frac{3}{5}+\frac{7}{10}\right)(30)} = \dfrac{30x-10}{39}$

طريقة القسمة بالدمج The Combining-Division Method

بسط ما يأتي: Simplify: $\dfrac{1+\frac{2}{y}}{1-\frac{4}{y^2}}$

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. ندمج حدود البسط:	$1+\dfrac{2}{y}=\dfrac{y}{y}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{y+2}{y}$
2. ندمج حدود المقام:	$1-\dfrac{4}{y^2}=\dfrac{y^2}{y^2}-\dfrac{4}{y^2}=\dfrac{y^2-4}{y^2}$
3. نقسم ناتج البسط على ناتج المقام:	$\dfrac{y+2}{y}\div\dfrac{y^2-4}{y^2}=\dfrac{y+2}{y}\cdot\dfrac{y^2}{y^2-4}$
4. نختصر المقدار ليكون الناتج:	$=\dfrac{y}{y-2}$

الفصل الثامن
الجـذور والأصـول الجـذريـة
Roots and Radicals

في هذا الفصل:

- ✔ فهم الجذور والأصول الجذرية
- ✔ إيجاد الجذر التربيعى لعدد بيانيًا أو باستخدام الآلة الحاسبة
- ✔ تبسيط الجذر التربيعى لحاصل الضرب
- ✔ تبسيط الجذر التربيعى للكسر
- ✔ جمع وطرح الجذور التربيعية للأعداد
- ✔ ضرب الجذور التربيعية للأعداد
- ✔ قسمة الجذور التربيعية للأعداد
- ✔ تحويل المقام لكسر إلى عدد نسبى
- ✔ حل المعادلات الجذرية

فهم الجذور والأصول الجذرية

Understanding Roots and Radicals

الجذر التربيعى لعدد هو أحد عامليه المتساويين. وعلى سبيل المثال +5 هو الجذر الأساسى **Principal Square Root** للعدد 25 وأيضًا 5- هو الجذر الآخر.

علامة الجذر $\sqrt{\ }$ تعنى الجذر التربيعى للعدد 25 وهو حاصل ضرب العاملين (5-)(5-) ولتحديد الإشارة السابقة للجذر التربيعى للعدد نضع إشارة السالب قبل إشارة علامة الجذر وعلى سبيل المثال: $-\sqrt{25} = -5$.

الجذر، علامة الجذر، المجذور، دليل الجذر

Radical, Radical Sign, Radicand, Index



- الأصول الجذرية هى مجموعة الجذور للأعداد وعلى سبيل المثال: $\sqrt{5}$ ، $\sqrt[3]{8x}$ و $\sqrt[4]{7x^3}$ هى مجموعة من الأصول الجذرية Radical.
- العلامات $\sqrt{\ }$ ، $\sqrt[3]{\ }$ و $\sqrt[4]{\ }$ هى علامات جذرية Radical Signs.
- المجذور Radicand هو العدد أسفل علامة الجذر.
  وعلى سبيل المثال العدد 80 هو المجذور للجذر التربيعى $\sqrt{80}$.
- دليل الجذر Index of a Root هو العدد الذى يكتب بصورة مصغرة أعلى وشمال علامة الجذر $\sqrt{\ }$ ، على سبيل المثال $\sqrt[3]{8}$. تبين أن

المطلوب هو الجذر الثالث للعدد8. أو بصورة أخرى الجذر التكعيبى للعدد 8. وفى حالة الجذر التربيعى لأى عدد ومن المتعارف عليه عدم كتابة دليل الجذر 2 على علامة الجذر.

الجذر التكعيبى لعدد هو أحد عوامله الثلاثة وعلى سبيل المثال 3- هو الجذر التكعيبى للعدد 27- لأن $-27 = (-3)(-3)(-3)$.

إيجاد الجذر التربيعى لعدد بيانيًا أو باستخدام الآلة الحاسبة

Finding the Square Root of a Number by Using a Graph or a Calculator

يمكن إيجاد الجذر التربيعى التقريبى لعدد بيانيًا باستخدام معادلة المنحنى $x=\sqrt{y}$. لإيجاد الجذر التربيعى للعدد بيانيًا اتبع الخطوات التالية باستخدام منحنى الدالة.

مثال 8.1: أوجد بيانيًا قيمة: $\sqrt{27}$ **Example 8.1:** Find graphically:

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. مثل العدد على محور الصادات:	مثل العدد 27 على محور الصادات.
2. من النقطة المحددة للعدد نرسم موازيًا لمحور السينات ليقطع المنحنى:	من النقطة 27 نرسم مستقيمًا أفقيًا ليقطع المنحنى فى نقطة A.
3. من نقطة التقاطع نسقط عمود على محور السينات.	من النقطة A نسقط عمود على محور السينات.

4. نقرأ القيمة التقريبية للجذر التربيعى على محور السينات. نقرأ 5.2 على محور السينات ليكون الناتج: $\sqrt{27} = 5.2$.

يمكن إيجاد الجذر التربيعى التقريبى لعدد باستخدام الآلة الحاسبة. وإيجاد الجذر التربيعى الأساسي للعدد باستخدام الآلة الحاسبة أكثر دقة من الطريقة البيانية. والجواب مع عدم تكرار الأرقام العشرية يسمى عدد غير نسبى Irrational Numbers ويعبر عن العدد النسبى Rational Number كناتج قسمة أعداد صحيحة. ولذلك العدد الغير نسبى هو العدد الذى لا يمكن التعبير عنه كناتج قسمة أعداد صحيحة.

تبسيط الجذر التربيعى لحاصل الضرب

Simplifying the Square Root of a Product

$$\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} \quad \text{و} \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

قاعدة 1. الجذر التربيعى لحاصل ضرب عددين أو أكثر يساوى حاصل ضرب الجذور التربيعية لهذه الأعداد كل على حدة. وعلى سبيل المثال: $\sqrt{3600} = \sqrt{(36)(100)} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 60$

قاعدة 2. لإيجاد الجذر التربيعى لعدد مرفوع لأس نكتب العدد مرفوع لنصف قيمة الأس الأصلى. على سبيل المثال: $\sqrt{x^6} = x^3$.

قاعدة 3. لإيجاد الجذر التربيعى لحاصل ضرب الأس تحت الجذر نكتب الأساس مرفوعًا لنصف قيمة الأس الأصلى. وعلى سبيل المثال: $\sqrt{x^2y^4} = xy^2$ لأن: $\sqrt{x^2y^4} = \sqrt{x^2}\sqrt{y^4}$.

Example 8.2: Simplify: **مثال 8.2**: بسط المقادير الجبرية الآتية:

a) $\sqrt{112}$ b) $3\sqrt{450}$

الحل:

a) $\sqrt{16 \cdot 7}$

$4\sqrt{7}$

b) $3\sqrt{9 \cdot 25 \cdot 2}$

$3\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{2}$

$3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}$

$45\sqrt{2}$

مثال 8.3: بفرض أن $\sqrt{2} = 1.414$. أوجد قيمة ما يأتى إلى أقرب رقم عشرى $\sqrt{72}$.

Example 8.3: Using $\sqrt{2} = 1.414$. Evaluate to the nearest tenth $\sqrt{72}$

الحل:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2}$$
$$= 6\sqrt{2}$$
$$= 6(1.414)$$
$$= 8.5$$

تبسيط الجذر التربيعى للكسر

Simplifying the Square Root of a Fraction

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

قاعدة 1. الجذر التربيعى للكسر يساوى الجذر التربيعى للبسط مقسومًا على الجذر التربيعى للمقام. وعلى سبيل المثال:

$$\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$$

لتبسيط الجذر التربيعي لكسر مقامه ليس مربعًا كاملاً نحول الكسر إلى كسر آخر مساوي له ومقامه مربع كامل في أدنى صورة.

على سبيل المثال: $\sqrt{\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{2}{16}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{16}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$ أو $\frac{1}{4}\sqrt{2}$

مسألة 8.1: بسط المقادير الآتية:

Problem 8.1: Simplify:

a) $6\sqrt{\frac{7}{9}}$ b) $\sqrt{\frac{a}{3}}$

الحل: a) $2\sqrt{7}$ b) $\frac{\sqrt{3a}}{3}$

جمع وطرح الجذور التربيعية للأعداد

Adding and Subtracting Square Roots of Numbers

الأصول الجذرية المتشابهة **Like Radicals** هي جذور متحدة الدليل والمجذور. وعلى سبيل المثال:

الجذور الغير متشابهة		الجذور المتشابهة	
$5\sqrt{3}$	$2\sqrt{5}$	$5\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$
$5\sqrt{x}$	$2\sqrt{y}$	$5\sqrt{x}$	$2\sqrt{x}$

قاعدة **لجمع أو طرح الجذور المتشابهة** نكتب الجذر ونجمع معاملات الجذرين. على سبيل المثال:

$$5\sqrt{3}+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=(5+2-4)\sqrt{3}=3\sqrt{3}$$



تذكر !

عملية إدماج الجذور المتشابهة تشابه عملية إدماج الحدود المتشابهة ولذلك عند دمج $5\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{3}$ نفكر أولاً فى عملية دمج 5x و 2x عندما $x=\sqrt{3}$.

ضرب الجذور التربيعية للأعداد

Multiplying Square Roots of Numbers

$$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab} \quad \text{and} \quad \sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{abc}$$

قاعدة 1. لضرب الجذور التربيعية لعددين موجبين أو أكثر يساوى الجذر التربيعى لحاصل ضرب الأعداد. وعلى سبيل المثال:

$$\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{6}=\sqrt{36}=6$$

قاعدة 2. مربع الجذر التربيعى لعدد يساوى العدد وعلى سبيل المثال:

$$\sqrt{7}\sqrt{7}=\sqrt{49}=7$$

وبصفة عامة: $(\sqrt{x})^2=x$.

مثال 8.4: أوجد ناتج ضرب ما يأتى:

Example 8.4: Multiply:

$$\frac{2}{3}\sqrt{2x}\cdot 6\sqrt{2y}$$

خطوات الحل Procedure	**Solution الحل**
1. نضرب المعاملات والجذور كل على حدة:	$\frac{2}{3}\cdot 6\sqrt{2x}\sqrt{2y}$

2. نضرب نواتج الضرب: $4\sqrt{4xy}$

3. بسط المقدار كلما أمكن ذلك $4 \bullet 2\sqrt{xy}$

ليكون الناتج: $= 8\sqrt{xy}$

قسمة الجذور التربيعية للأعداد

Dividing Square Roots of Numbers

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

قاعدة. الجذر التربيعى لعدد مقسوم على الجذر التربيعى لعدد آخر يساوى الجذر التربيعى لناتج قسمة العددين. وعلى سبيل المثال: $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$.

مثال 8.5: أوجد ناتج ضرب ما يأتى: | **Example 8.5:** Divide:

$$\frac{14\sqrt{40}}{2\sqrt{5}}$$

خطوات الحل Procedure	**Solution الحل**
1. نقسم المعاملات والجذور كل على حدة:	$\frac{14\sqrt{40}}{2\sqrt{5}}$
2. نضرب الناتج ثم نختصر:	$7\sqrt{8}$
3. بسط المقدار كلما أمكن ذلك	$7\sqrt{4 \bullet 2}$
ليكون الناتج:	$= 14\sqrt{2}$

مسألة 8.2: أوجد ناتج قسمة ما يأتى:

Problem 8.2: Divide:

a) $\frac{6\sqrt{x^4}}{3\sqrt{x}}$ b) $\frac{\sqrt{50}+\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$

الحل:

a) $2x\sqrt{x}$ b) 12

تحويل المقام لكسر إلى عدد نسبى

Rationalizing the Denominator of a Fraction

تعرف كلمة Rationalize على أنها عملية تحويل المقام لكسر Fraction إلى عدد نسبى. والعدد النسبى هو نـاتج قسـمة عدديـن فـى صـورة كسـر. (كلمة Ratio مستنتجة من كلمة Rational). عنـد إجـراء عمليـة إزالـة الجذر للمقام نضرب كل من البسط والمقام فى الجذر الأحادى للمقـام ليكون ناتج الضرب للمقام هو المجذور داخل الجذر. وعلى سبيل المثال عند إزالة الجذر للمقدار $\frac{4}{\sqrt{8}}$ نضرب كل من البسط والمقام للمقدار فى $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ونختصر ناتج الضرب كالآتى:

$$\frac{4}{\sqrt{8}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{16}}=\sqrt{2}\approx 1.414$$

مسألة 8.3: اختصر المقادير الآتية:

Problem 8.3: Rationalize:

a) $\frac{7}{\sqrt{7}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{c^3}}$

الحل:

a) $\sqrt{7}$ b) $\frac{\sqrt{c}}{c^2}$

Solving Radical Equations حل المعادلات الجذرية

المعادلات الجذرية Radical equations هـــى معـادلات تشمـل المجـهول داخل الجذر وعلى سبيل المثال المعادلة: $2\sqrt{x}+5=9$ هى معادلة جذرية ولكن المعادلة $2x+\sqrt{5}=9$ ليست معادلة جذرية.

Example 8.6: Solve: **مثال 8.6**: حل المعادلة الجذرية الآتية:

$$\sqrt{2x}+5=9$$

خطوات الحل Procedure	**Solution الحل**
1. نقوم بفصل الحد الذى يشمل الجذر:	$\sqrt{2x}+5=9$ $\sqrt{2x}=4$
2. نربع طرفى المعادلة:	$2x=16$
3. نحل المعادلة الجبرية ليكون الناتج:	$x=8$
4. تحقق من الناتج فى المعادلة الأصلية: بذلك يكون حل المعادلة صحيح.	$\sqrt{2\bullet 8}+5=9$ $9=9$

الجذر الظاهرى Extraneous Root لمعادلة هو قيمة المجـــهول النـاتج من حل المعادلة ولكنه لا يحقق المعادلة الأصلية. وعلى ســبيل المثـال عند حل المعادلة: $1-\sqrt{x}=2$ نجد أن قيمة x الناتجة من حل المعادلة المعادلة باستخدام الخطوات السابقة = 1 ولكـــن هـذه القيمـة لا تحقـق المعادلة الأصلية $1-\sqrt{x}=2$.

مسألة 8.4: حل المعادلات الآتية وحقق الناتج:

Problem 8.4: Solve and check:

a) $\sqrt{7x+5}=3$ b) $\sqrt{3x+4}-2=3$

الحل: a) $\frac{4}{7}$ b) 7

مسألة 8.5: أوجد قيمة y من المعادلة الآتية:

Problem 8.5: Solve for y:

a) $\sqrt{2y-5}=x$

الحل: a) $y=\frac{x^2+5}{2}$

أوجد قيمة x من المعادلة الآتية:

Solve for x:

b) $\sqrt{\frac{x}{2}}=y$

الحل: b) $x=2y^2$

الفصل التاسع
معادلات الدرجة الثانية فى مجهول واحد
Quadratic Equations in One Variable

فى هذا الفصل:

- ✔ فهم معادلات الدرجة الثانية فى مجهول واحد
- ✔ حل معادلات الدرجة الثانية بالتحليل
- ✔ حل معادلات الدرجة الثانية الغير تامة
- ✔ حل معادلات الدرجة الثانية بطريقة إكمال المربع
- ✔ حل معادلات الدرجة الثانية باستخدام القانون
- ✔ حل معادلات الدرجة الثانية بيانيًا

فهم معادلات الدرجة الثانية فى مجهول واحد
Understanding Quadratic Equations in One Unknown

معادلات الدرجة الثانية Quadratic Equation فى مجهول واحد هى معادلة حيث أن رتبة المجهول من الدرجة الثانية. على سبيل المثال: $2x^2 + 3x - 5 = 0$ هى معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول x.

الصورة القياسية لمعادلة الدرجة الثانية

Standard Quadratic Equation Form

الصورة القياسية لمعادلة الدرجة الثانية فى مجهول واحد هى:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

حيث a، b، c تمثل كميات معلومة وتمثل x العدد المجهول. والكمية a لا تمثل الصفر حيث أن الصورة القياسية لمعادلة الدرجة الثانية هى:

$$3x^2 - 5x + 6 = 0$$

نتبع الخطوات التالية لتحويل معادلة الدرجة الثانية إلى الصورة القياسية:

خطوة 1. إزالة الأقواس **Remove parentheses**. لتحويل المعادلة من الصورة: $x(x + 1) - 5 = 0$ إلى الصورة: $x^2 + x - 5 = 0$.

خطوة 2. إزالة الكسر **Clear of fractions**. لتحويل المعادلة من الصورة: $x - 4 + \frac{3}{x} = 0$ إلى الصورة $x^2 - 4x + 3 = 0$.

خطوة 3. إزالة علامة الجذر **Remove radical signs**. لتحويل المعادلة من الصورة: $\sqrt{x^2 - 3x} = 2$ إلى الصورة $x^2 - 3x - 4 = 0$ وذلك بتربيع طرفى المعادلة.

خطوة 4. نجمع الحدود المتشابهة **Collect like terms**. لتحويل المعادلة من الصورة: $x^2 + 7x = 2x + 6$ إلى الصورة $x^2 + 5x - 6 = 0$.

حل معادلات الدرجة الثانية بالتحليل

Solving Quadratic Equations by Factoring

قاعدة 1. لكل معادلة من معادلات الدرجة الثانية جذران وعلى سبيل المثال ـ للمعادلة $x^2 = 9$ جذران هما +3، −3، أى أن $x = \pm 3$.

قاعدة 2. إذا كان حاصل ضرب عاملين يساوى الصفر فلابد وأن يكون أحد المعاملين مساويًا للصفر.

وكمثال لذلك:

- فى المعادلة $5(x-3) = 0$ يكون العامل $(x-3) = 0$.
- فى المعادلة $(x-2)(x-3) = 0$ يكون كل من $x - 3 = 0$. أو $(x-2) = 0$ أو كلاهما.
- فى المعادلة $(x-3)(x-3) = 0$ كل من العاملين: $x - 3 = 0$

مثال 9.1: حل المعادلة الآتية: **Example 9.1:** Solve:

$$x(x-4) = 5$$

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. عبر عن المعادلة بالصورة: $ax^2 + bx + c = 0$	$x^2 - 4x = 5$ $x^2 - 4x - 5 = 0$
2. حلل المعادلة: $ax^2 + bx + c = 0$	$(x-5)(x+1) = 0$
3. نساوى كل عامل من العوامل بالصفر:	$(x+1) = 0$ و $(x-5) = 0$
4. حل المعادلة ليكون الناتج:	$x = -1$ و $x = 5$

5. تحقق من جـــذرى المعادلـة بـالتعويض عن قيمة كل جذر فى المعادلة الأصلية:

$5(5-4)=5$

$-1(-1-4)=5$

مسألة 9.1: حل كل من المعادلات الآتية بالتحليل:

Problem 9.1: Solve by factoring:

a) $x^2+9x+20=0$	a) $x=-4$ أو -5	الحل:
b) $x^2-x=6$	b) $x=3$ أو -2	
c) $x^2-49=0$	c) $x=7$ أو -7	
b) $x^2-11=25-5x$	d) $x=4$ أو -9	

حل معادلات الدرجة الثانية الغير تامة

Solving Incomplete Quadratic Equations

المعادلة من الدرجة الثانية الغير تامة Incomplete Quadratic Equation تفتقر إلى أحد العوامل الآتية:

1. الحد الخالى من x كما هو واضح من المعادلة: $x^2-4=0$.
2. المقدار الثابت كما هو واضح من المعادلة: $x^2-4x=0$.

مثال 9.2: حل المعادلة الآتية:

Example 9.2: Solve:

$$2(x^2-8)=11-x^2$$

خطوات الحل Procedure	**Solution الحل**
1. نكتب المعادلة فى الصورة $ax^2=k$ حيث أن k مقدار ثابت.	$2x^2-16=11-x^2$ $3x^2=27$
2. نقسم طرفى المعادلة على a:	$x^2=9$
3. الجذر التربيعى لطرفى المعادلة	$x=3$ و $x=-3$

4. نعوض عن قيمة الجذرين فـى المعادلـة الأصلية لتحقيق الناتج:

$$2(x^2 - 8) = 11 - x^2$$

$$2(3^2 - 8) = 11 - 3^2$$

$$2((-3)^2 - 8)) = 11 - (3)^2$$

مسألة 9.2: أوجد قيمة x فى كل من المعادلات الآتية:

Problem 9.2: Solve for x in the incomplete quadratics:

a) $x^2 - 64 = 0$

b) $3x^2 = 27x$

c) $-3(x^2 - 8) = 24 + 15x$

d) $8x^2 - 800 = 0$

الحل:

a) $x = 8$ أو -8

b) $x = 0$ أو $+9$

c) $x = 0$ أو -5

d) $x = +10$ أو -10

حل معادلات الدرجة الثانية بطريقة إكمال المربع

Solving a Quadratic Equation by Completing the Square

ناتج مربع ثنائية الحدود هو مقدار ثلاثى لمربع تام وعلى سبيل المثال المعادلة: $x^2 + 6x + 9$ هى مقدار ثلاثى لمربع تام للمقدار $x + 3$.

قاعدة. إذا كان x^2 هو الحد الأول للمقدار الثلاثى لمربع تام ومعطى أيضًا الحد x يمكـن إيجـاد الحـد الأخـير للمقـدار وذلـك بتربيع نصف معامل x.

وعلى سبيل المثال المقدار $x^2 + 6x$ نحتاج العدد 9 لإكمال المقدار الثلاثى $(x^2 + bx + 9)$ ويكون الأخير $= 9$. وهو مستنتج من تربيع نصف معامل $x = 6$ أو 3.

مثال 9.3: حل المعادلة الآتية بطريقة إكمال المربع:

Example 9.3: Solve by completing the square:

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

خطوات الحل Procedure	**الحل Solution**
1. **نكتب المعادلة فى الصورة $x^2 + px = q$:**	نحول المعادلة من الصورة: $x^2 + 6x - 7 = 0$ إلى الصورة $x^2 + 6x = 7$
2. **نربع نصف معامل x**	$\frac{1}{2}(6) = 3^2 = 9$
ونضيفه إلى طرفى المعادلة:	بإضافة 9 إلى طرفى المعادلة يكون الناتج: $x^2 + 6x + 9 = 16$
3. **نستبدل المقدار الثلاثى بثنائية الحدود مربعة:**	$(x + 3)^2 = 16$
4. **نحل المعادلة بإيجاد الجذر التربيعى للطرفين ليكون الناتج:**	$x + 3 = 4$ أو $x + 3 = -4$
5. **نحل المعادلتين ليكون الناتج:**	$x = 1$ أو $x = -7$

مسألة 9.3: أكمل المقادير الثلاثية الآتية ثم أوجد المربع الكامل لكل منهم:

Problem 9.3: Complete each perfect-square trinomial and state its binomial squared:

a) $x^2 + 14x + ?$	a) $(x + 7)^2$ و 49 نضيف	الحل:
b) $x^2 - 20x + ?$	b) $(x - 10)^2$ و 100 نضيف	
c) $x^2 + x + ?$	c) $(x + \frac{1}{2})^2$ و 1/4 نضيف	
b) $x^2 - 2.4x + ?$	d) $(x + 1.2)^2$ و 1.2^2 نضيف	

مسألة 9.4: حل المعادلات الآتية بطريقة إكمال المربع:

Problem 9.4: Solve by completing the square:

الحل:

a) $x^2 - 4x = 5$	a) $5, -1$
b) $x^2 + 14x - 32 = 0$	b) $2, -16$
c) $x(x-5) = -4$	c) $4, 1$
d) $5x^2 - 4x = 33$	d) $3, -\frac{11}{5}$

حل معادلات الدرجة الثانية باستخدام القانون

Solving a Quadratic Equation by Quadratic Formula

صيغة القانون Quadratic formula:

يمكن استنتاج القانون: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

وذلك بطريقة إكمال المربع للمعادلة: $ax^2 + bx + c = 0$

خطوات حل معادلات الدرجة الثانية باستخدام القانون

To Solve a Quadratic Equation by the Quadratic Formula

مثال 9.4: حل المعادلة الآتية: $2x^2 + 4x = 3$ باستخدام القانون.

Example 9.4: Solve $2x^2 + 4x = 3$ by the quadratic formula.

خطوات الحل **Procedure**	**Solution** الحل
1. نكتب المعادلة في صورة $ax^2 + bx + c = 0$:	$2x^2 + 4x = 3$ $2x^2 + 4x - 3 = 0$
2. نحدد قيمة كل من a، b، c:	$a = 2, b = 4, c = -3$

3. نعوض عن القيم السابقة فى القانون: $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$

4. نحل المعادلة لإيجاد قيمة x: $x = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4}$

5. نختصر المقدار ليكون الناتج: $x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$

مثال 9.5: أوجد جذرى المعادلة فى أبسط صورة:

Example 9.5: Find the roots of $3x^2 + 4x - 5 = 0$ in simplified form:

الحل:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(3)(-5)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 60}}{6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{76}}{6}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{19}}{3}$$

مسألة 9.5: أوجد جذرى كل من المعادلات الآتية فى أبسط صورة:

Problem 9.5: Solve for x in simplest radical form:

a) $x^2 - 2x - 10 = 0$

b) $3x^2 - 5x = 10$

الحل:

a) $x = 1 \pm \sqrt{11}$

b) $x = \frac{5 \pm \sqrt{145}}{6}$

مسألة 9.6: أوجد قيمة x من المعادلة لأقرب رقم عشرى فى الصورة الجذرية ثم أوجد قيم x إلى أقرب رقمين عشرين باستخدام الآلة الحاسبة.

Problem 9.6: Solve for x to the nearest tenth, using the simplified radical form. Find the square root to two decimal places by using the calculator.

الحل:

a) $x = \frac{-4 \pm \sqrt{76}}{6}$

$x = \frac{-4 \pm 8.71}{6}$

$x = 0.8$ أو $x = -2.1$

a) $3x^2 + 4x - 5 = 0$

حل معادلات الدرجة الثانية بيانيًا

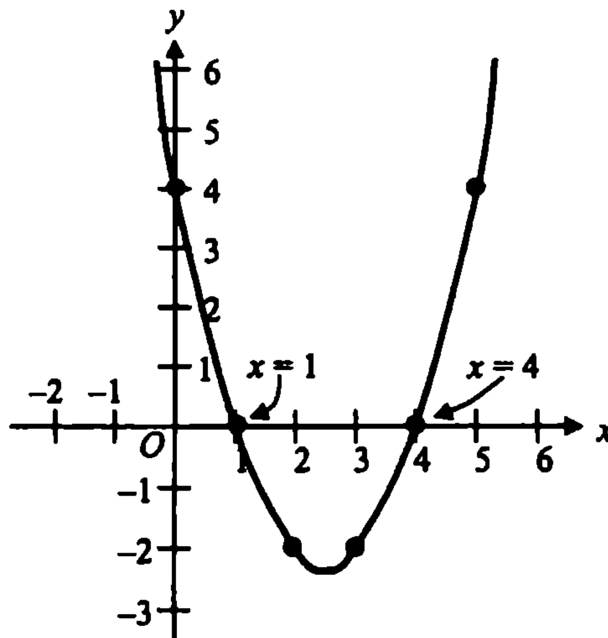
Solving Quadratic Equations Graphically

مثال 9.6: حل المعادلة: $x^2 - 5x + 4 = 0$. انظر شكل 9-1.

Example 9.6: Solve graphically: $x^2 - 5x + 4 = 0$. See figure 9-1.

خطوات الحل Procedure	الحل Solution
1. نكتب المعادلة فى صورة : $ax^2 + bx + c = 0$:	$x^2 - 5x + 4 = 0$
2. نرسم المنحنى $y = ax^2 + bx + c$:	انظر شكل 9-1

المعادلة $y = x^2 - 5x + 4 = 0$ تمثل بيانيًا منحنى القطع المكافئ Parabola.



شكل 9-1

3. نعوض عن قيمة $y = 0$ فى المعادلة $y = ax^2 + bx + c = 0$ نجد أن قيم x عند نقط التقاطع للمنحنى مع الإحداثى السينى هما جذرى المعادلة: $x^2 - 5x + 4 = 0$

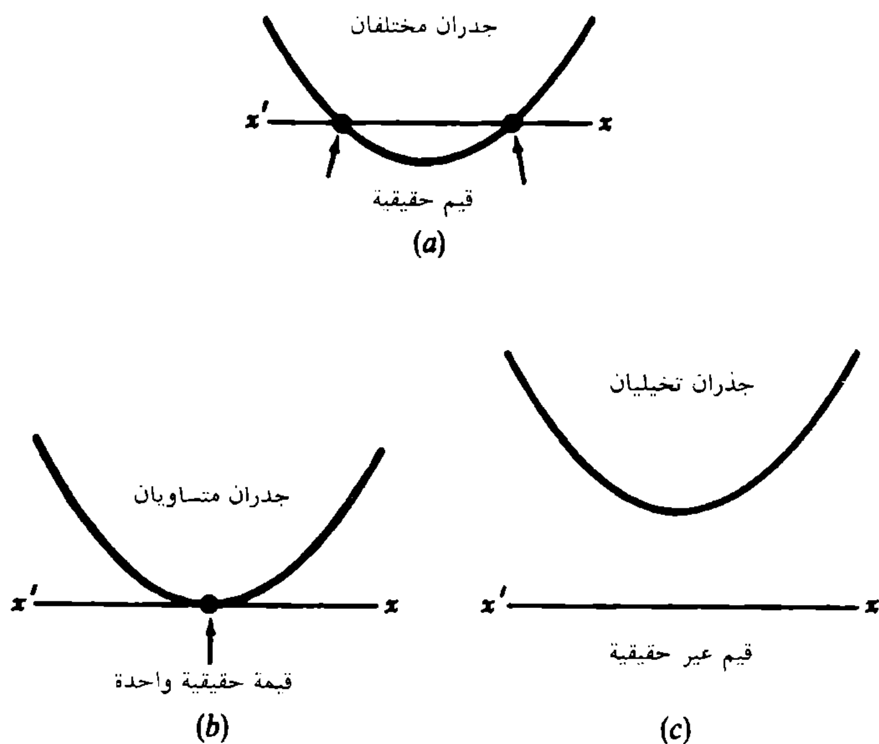
$x = 1$

$x = 4$

☆ ملاحظة!

فكر فى المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ نتيجة إدماج $y = ax^2 + bx + c$ عندما $y = 0$

الأشكال التالية هى عبارة عن منحنيات توضح العلاقة بين القطع المكافئ Parabola ومحور السينات.



شكل 9-2

الفصل العاشر
المدخل إلى الهندسة المستوية
Introduction to Geometry

فى هذا الفصل:

- ✔ نظرية فيثاغورث
- ✔ التناسب: النسب المتساوية
- ✔ المثلثات المتشابهة
- ✔ فهم النسب المثلثية
- ✔ حل مسائل حساب المثلثات
- ✔ فهم المثلثات المتطابقة
- ✔ قوانين الهندسة المستوية

نظرية فيثاغورث The Law of Pythagoras

تنص نظرية فيثاغورث على أنه فى المثلث القائم الزاوية المربع المنشأ على الوتر يكافئ مجموع المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين.
على سبيل المثال فى المثلث ABC إذا كانت زاوية C زاوية قائمة كان $c^2 = a^2 + b^2$ أو بصورة أخرى. $a^2 = c^2 - b^2$ أو $b^2 = c^2 - a^2$.

3. نعوض عن قيمة 0 = y في المعادلة $y = ax^2 + bx + c = 0$ نجد أن قيم x عند نقط التقاطع للمنحنى مع الإحداثي السيني هما جذرى المعادلة: $x^2 - 5x + 4 = 0$

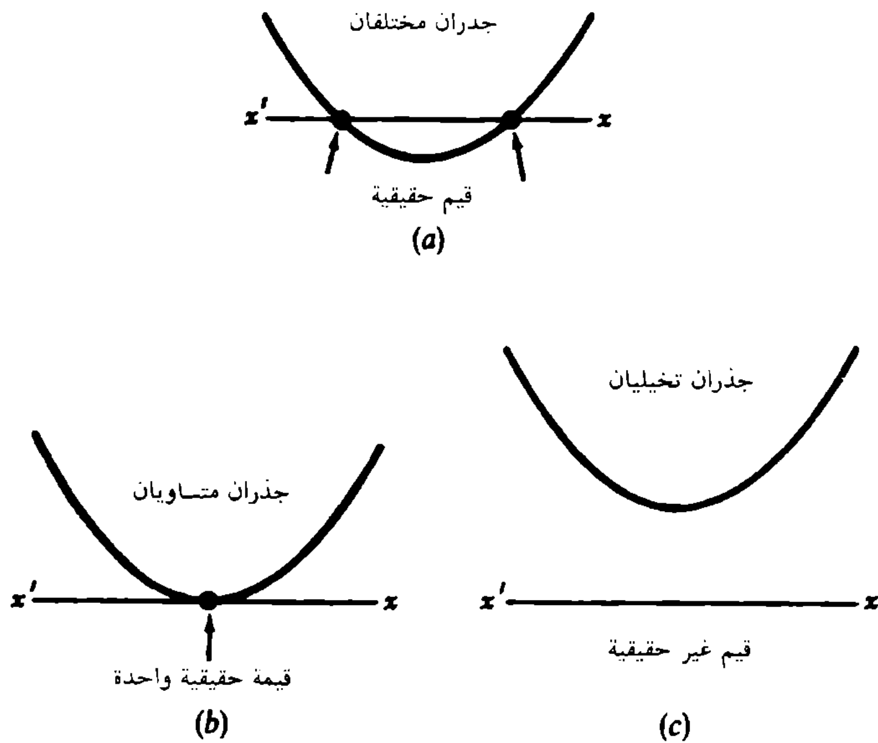
$x = 1$

$x = 4$

ملاحظة!

فكر في المعادلة $ax^2+bx+c=0$ نتيجة إدماج $y=ax^2+bx+c$ عندما $y=0$

الأشكال التالية هي عبارة عن منحنيات توضح العلاقة بين القطع المكافئ Parabola ومحور السينات.



شكل 2-9

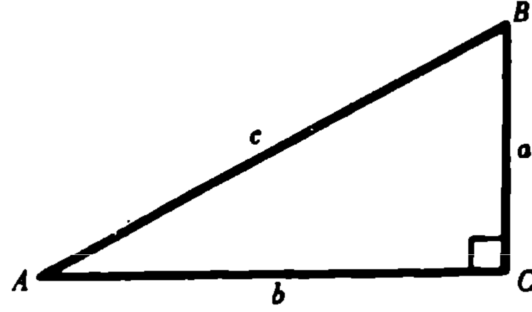
الفصل العاشر
المدخل إلى الهندسة المستوية
Introduction to Geometry

فى هذا الفصل:

- ✔ نظرية فيثاغورث
- ✔ التناسب: النسب المتساوية
- ✔ المثلثات المتشابهة
- ✔ فهم النسب المثلثية
- ✔ حل مسائل حساب المثلثات
- ✔ فهم المثلثات المتطابقة
- ✔ قوانين الهندسة المستوية

نظرية فيثاغورث The Law of Pythagoras

تنص نظرية فيثاغورث على أنه فى المثلث القائم الزاوية المربع المنشأ على الوتر يكافئ مجموع المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين.
على سبيل المثال فى المثلث ABC إذا كانت زاوية C زاوية قائمة كان $c^2 = a^2 + b^2$ أو بصورة أخرى. $a^2 = c^2 - b^2$ أو $b^2 = c^2 - a^2$.



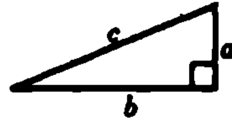
شكل 10-1

هـام

تستخدم الحروف الصغيرة Small Letter للأضلاع فى المثلث وتستخدم الحروف الكبيرة، Capital Letter للزوايا المقابلة لهذه الأضلاع.

مثال 10.1: أوجد الضلع المجهول فى المثلث القائم الزاوية كما هو موضع بالشكل:

Example 10.1: Find the missing side in the right triangle shown:



شكل 10–2

a) $a = 12, b = 9$

b) $c = 10, a = 8$

الحل:

a) $c^2 = a^2 + b^2$
$c^2 = 12^2 + 9^2$
$c^2 = 144 + 81 = 225$
$c = 15$ *Ans.*

b) $b^2 = c^2 - a^2$
$b^2 = 10^2 - 8^2$
$b^2 = 100 - 64 = 36$
$b = 6$ *Ans.*

تستخدم نظرية فيثاغورث أيضًا لإيجاد المسافة بين نقطتين فى المستوى.
فإذا كانت d هى المسافة بين النقطتين $P_1(x_1, y_1)$ و $P_2(x_2, y_2)$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

مثال 10.2: بتطبيق نظرية فيثاغورث أوجد المسافة بين النقطتين (2, 5) و (6, 8).

Example 10.2: Using the Law of Pythagoras, find the distance from (2, 5) to (6, 8):

الحل:

a) 1. $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
2. $d^2 = (6 - 2)^2 + (8 - 5)^2$
3. $d^2 = (4)^2 + (3)^2$
4. $d^2 = 16 + 9 = 25$
5. $d = 5$

Proportions: Equal Ratios التناسب: النسب المتساوية

التناسب هو تساوى نسبتين وعلى سبيل المثال:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \text{ أو } 2 : 5 = 4 : 10$$

هى كميات متناسبة.

قانون

إذا كانت $a : b = c : d$ فإن $ad = bc$

مثال 10.3: أوجد قيمة x من العلاقة:

Example 10.3: Solve for x:

$$\frac{x}{2x-3} = \frac{3}{5}$$

خطوات الحل Procedure	**Solution الحل**
1. نضرب الطرفين والوسطين:	$5x = 3(2x - 3)$
2. حل المعادلة:	$5x = 6x - 9$
يكون الناتج:	$x = 9$

مثال 10.4: كسر يقل البسط فيه عن المقام بمقدار 5. فإذا ضاعفنا البسط وزاد المقام بمقدار 7 كان الكسر الناتج $\frac{2}{3}$. أوجد الكسر المطلوب.

Example 10.4: The numerator of a fraction is 5 less than the denominator. If the numerator is doubled and the denominator is increased by 7, the value of the resulting fraction is $\frac{2}{3}$. Find the original fraction.

الحل: 1. نفرض أن مقام الكسر المطلوب = x ومقامه = $(x - 5)$

2. نكون المعادلة: $\frac{2(x-5)}{x+7} = \frac{2}{3}$

3. حاصل ضرب الطرفين = $6x - 30 = 2x + 14$

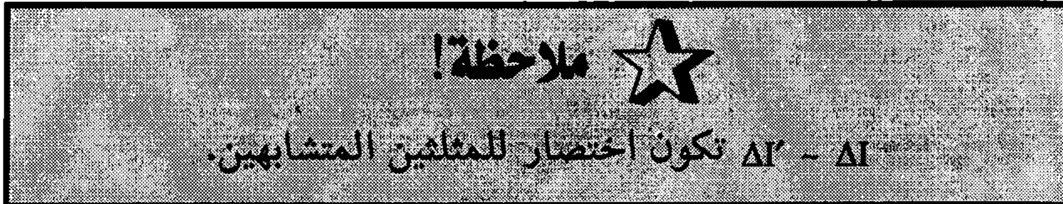
حاصل ضرب الوسطين $4x = 44$

يكون الناتج: $x = 11$

4. بالتعويض عن قيمة x يكون الكسر المطلوب هو $\frac{6}{11}$.

Similar Triangles — المثلثات المتشابهة

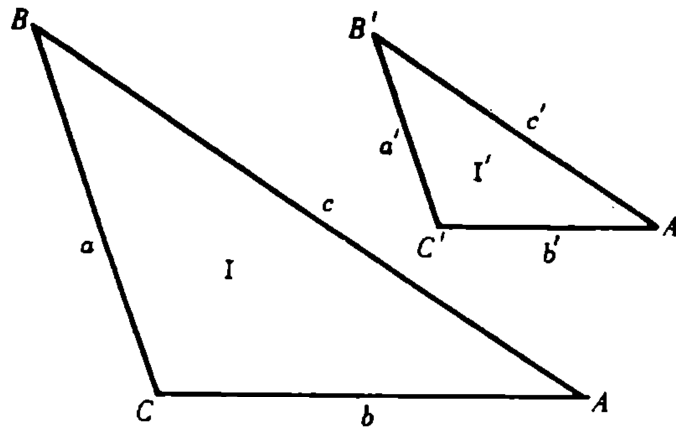
المضلعات المتشابهة لهما شكل واحد فإذا كان ΔI، ΔI′ مثلثين متشابهين فإن لهما نفس الشكل بالرغم من اختلاف المساحة.



ملاحظة!

ΔI ~ ΔI′ تكون اختصار للمثلثين المتشابهين.

فى شكل 3-10 لاحظ الأضلاع والزوايا التى لها نفس الموضع النسبى ولها نفس التسمية من الحروف. الأضلاع والزوايا المتناظرة Corresponding Sides or Angles لها نفس الموضع النسبى.



شكل 3-10

قاعدة. إذا تشابه مثلثان فإن:

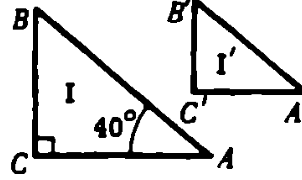
1. الزوايا المتناظرة متطابقة.

وعلى سبيل المثال فى شكل 4-10 ΔI ~ ΔI′ مثلثان متشابهان.

$\angle A \cong \angle A'$

$\angle B \cong \angle B'$

$\angle C \cong \angle C'$



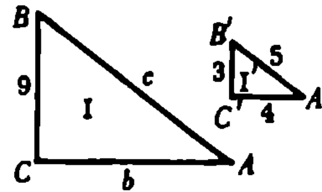
شكل 10-4

2. النسبة بين الأضلاع المتناظرة متساوية.

فى شكل 10-5 ΔI ~ ΔI′ مثلثان متشابهان

$\frac{c}{5} = \frac{9}{3}$ $\quad \therefore c = 15$

$\frac{b}{4} = \frac{9}{3}$ $\quad \therefore b = 12$



شكل 10-5

فهم النسب المثلثية

Understanding Trigonometric Ratios

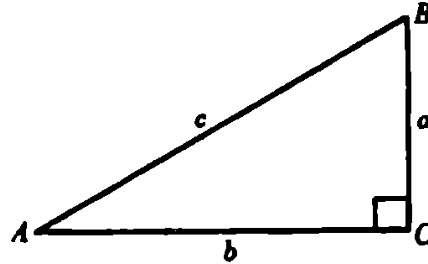
حساب المثلثات **Trigonometry** يعنى قياسات المثلث ولذلك فإن علم حساب المثلثات هو كيفية قياس زوايا وأضلاع المثلث باستخدام النسب المثلثية. هذه النسب فى حساب المثلثات للمثلث القائم

الزاوية كما هو واضح فى شكل 6-10 وإيجاد العلاقة بين الأضلاع والزوايا الحادة المقابلة لهذه الأضلاع.

1. ظل الزاوية واختصاره (ظا) tan.
2. جيب الزاوية واختصاره (جا) sin.
3. جيب تمام الزاوية اختصاره (جتا) cos.

قوانين وقواعد حساب المثلثات Trigonometry Rules and Formulas

الجدول الموضح بشكل 7-10 يشير إلى القواعد الأساسية فى علم حساب المثلثات.



شكل 6-10

القاعدة	الصيغة
1. ظل أى زاوية حادة هو خارج قسمة الضلع المقابل للزاوية على الضلع المجاور.	$\tan A = \frac{\text{leg opp. } A}{\text{leg adj. } A} = \frac{a}{b}$ $\tan B = \frac{\text{leg opp. } B}{\text{leg adj. } B} = \frac{b}{a}$
2. جيب أى زاوية حادة هو خارج قسمة الضلع المقابل للزاوية على الوتر.	$\sin A = \frac{\text{leg opp. } A}{\text{hyp.}} = \frac{a}{c}$ $\sin B = \frac{\text{leg opp. } B}{\text{hyp.}} = \frac{b}{c}$
3. جيب تمام أى زاوية هو خارج قسمة الضلع المجاور للزاوية على الوتر.	$\cos A = \frac{\text{leg adj. } A}{\text{hyp.}} = \frac{b}{c}$ $\cos B = \frac{\text{leg adj. } B}{\text{hyp.}} = \frac{a}{c}$

شكل 7-10

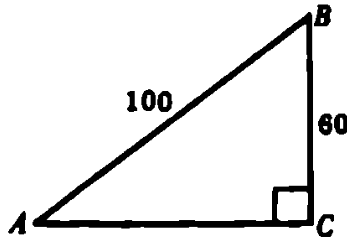
حل مسائل حساب المثلثات

Solving Trigonometry Problems

إيجاد الأضلاع والزوايا باستخدام النسب المثلثية.

مثال 10.5: أوجد قياس $m\angle A$ لأقرب درجة فى المثلث الموضح بشكل 8-10.

Example 10.5: Find $m\angle A$ to the nearest degree, of the triangle in figure 10-8.



شكل 8-10

الحل:

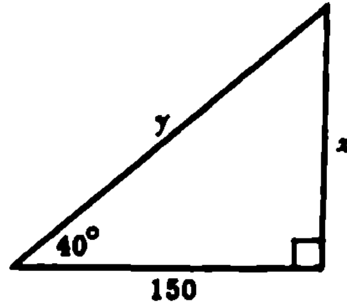
a) $\sin A = \frac{60}{100}$

أقرب قيمة لجيب الزاوية $\sin 37° = 0.6018$،

$m\angle A = 37°$

مثال 10.6: أوجد قيمة الضلع x فى المثلث الموضح بشكل 9-10.

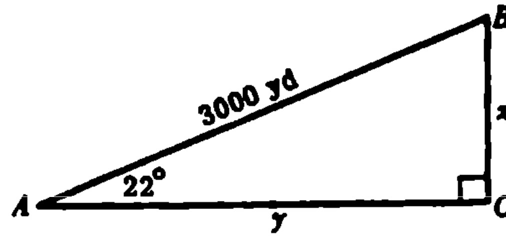
Example 10.6: Find x in the triangle in Figure 10-9.



الحل: a) $\tan 40° = \frac{x}{150}$ $x = 150 \tan 40°$

مثال 10.7: يقلع طيار ويهبط بالطائرة بزاوية ثابتة مقدارها 22° مع المستوى الأفقى. احسب ارتفاع الطائرة بعد أن أقلع مسافة 3000 ياردة. انظر شكل 10-10.

Example 10.7: An aviator takes off at *A* and ascends at a fixed angle of 22° with level or horizontal ground. After flying 3000 yd; find the altitude of the plane to the nearest 10 yd. See Figure 10-10.



شكل 10-10

الحل: a) نفرض أن x هو ارتفاع الطائرة.

$$\sin 22° = \frac{x}{3000}$$

$$x = 3000 \sin 22°$$

$$x = 3000\ (0.3746) = 1123.8$$

أو 1120

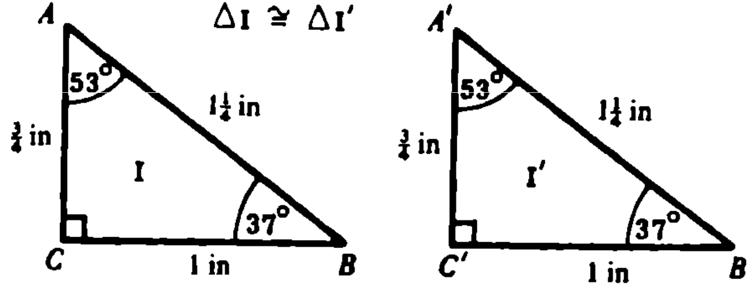
وهو الناتج إلى أقرب 10 yd.

فهم المثلثات المتطابقة

Understanding Congruent Triangles

المثلثات المتطابقة Congruent Triangles هى مثلثات متشابهة تمامًا فى الشكل والمساحة. فإذا تطابقت المثلثات فإن:

1. الأضلاع المتناظرة متطابقة.
2. الزوايا المتناظرة متطابقة.



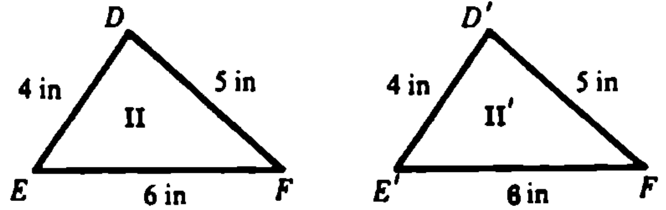
شكل 10-11

قاعدة 1. [SSS = SSS]

يتطابق المثلثان إذا تطـابقت الأضـلاع الثلاثـة لمثلـث مـع الأضلاع المناظرة فى المثلث الآخر.

ومثال ذلك: ΔII = ΔII' كما فى شكل 10-12.

1. DE = D'E' = 4 بوصات
2. DF = D'F' = 5 بوصات
3. EF = E'F' = 6 بوصات



شكل 10-12

قاعدة 2. [ASA = ASA]

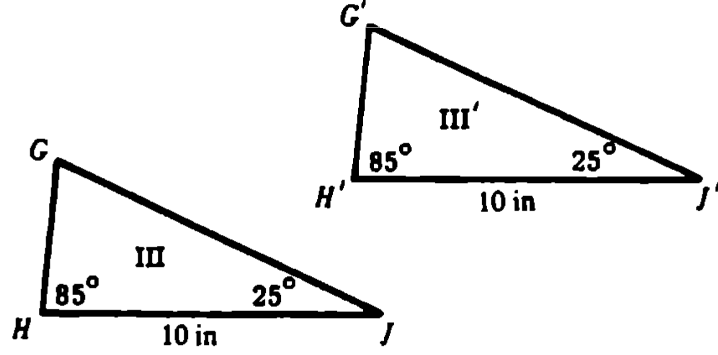
يتطابق المثلثان إذا تساوت زاويتان وضلع فى مثلث نظائرهما فى المثلث الآخر.

ومثال ذلك: ΔIII = ΔIII' كما فى شكل 10-13.

1. $\angle H \cong \angle H' = 85°$

2. $\angle J \cong \angle J' = 25°$

3. $HJ \cong H'J' = 10$ بوصات



شكل 10-13

قاعدة 3. [SAS = SAS]

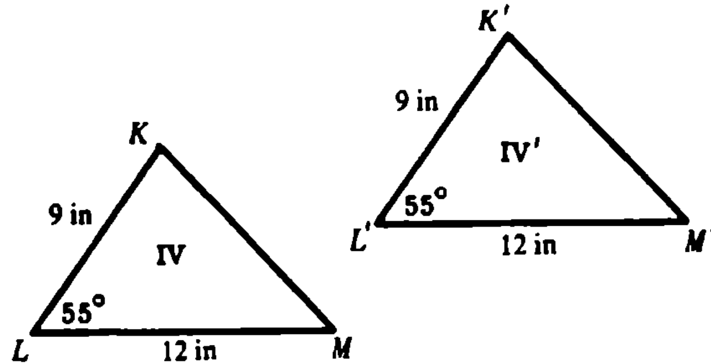
يتطابق المثلثان إذا ساوى فى أحدهما ضلعين والزاوية المحصورة بينهما نظائرهما فى المثلث الآخر.

ومثال ذلك: $\Delta IV = \Delta IV'$ كما فى شكل 10-14.

1. $KL \cong K'L' = 9$ بوصات

2. $\angle L \cong \angle L' = 55°$

3. $LM \cong L'M' = 12$ بوصات



شكل 10-14

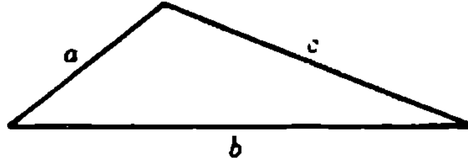
Geometry Formulas قوانين الهندسة المستوية

قوانين المحيط ومحيط الدائرة

Formulas for Perimeters and Circumference

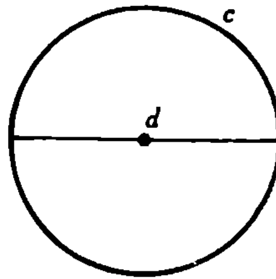
محيط أى مضلع **Perimeter of a Polygon** هو عبارة عن مجموع أضلاعه وعلى سبيل المثال فإن المحيط P للمثلث الموضح بالشكل هو مجموع أضلاعه الثلاثة.

$$p = a + b + c$$



شكل 10-15

محيط الدائرة **Circumference of a Cirlce** هو المسافة المحيطة بالدائرة. ومحيط أى دائرة c هو حاصل ضرب π فى قطر الدائرة d. هذا يعنى $c = \pi d$. انظر شكل 10-16.



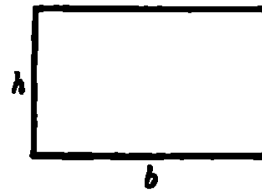
شكل 10-16

استخدام الرمز A فى قوانين المساحة لبعض الأشكال

Area Formulas Using *A* for Area of Figure

1. المستطيل: $A = bh$

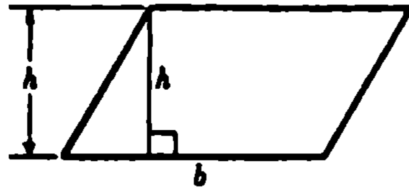
Rectangle



شكل 10-17

2. متوازى الأضلاع: $A = bh$

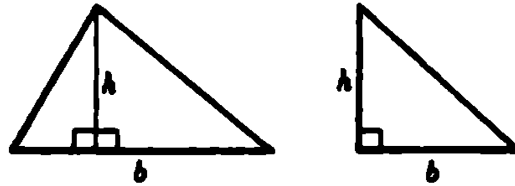
Parallelogram



شكل 10-18

3. المثلث: $A = \frac{1}{2}bh$

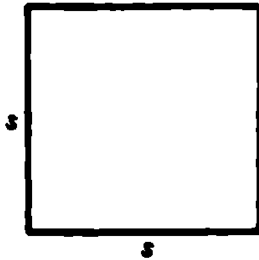
Triangle



شكل 10-19

4. المربع: $A = s^2$

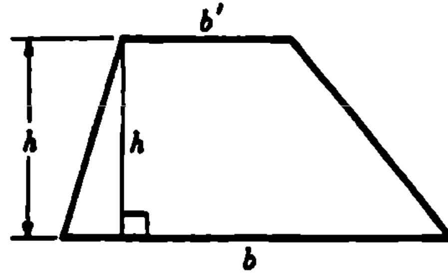
Square



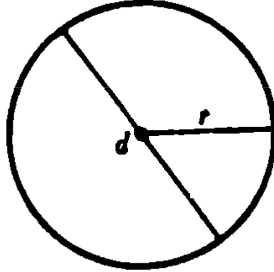
شكل 10-20

5. شبه المنحرف: $a = \frac{h}{2}(b + b')$ 6. الدائرة: $A = \pi r^2$

Trapeziod   Circle



شكل 10-21



شكل 10-22

قوانين الحجوم
Formulas for Volumes

نستخدم الرمز V للدلالة على حجم الأجسام، B لمساحة القاعدة، h للارتفاع.

1. Rectangular Solid: $V = lwh$

1. حجم متوازى المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

2. Pyramid: $V = \frac{1}{3}Bh$

2. حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

3. Prism: $V = Bh$

3. حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

4. Cone: $V = \frac{1}{3}Bh$

4. حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

5. Cylinder: $V = Bh$

5. حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

6. Sphere: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

.6 حجم الكرة = $\frac{4}{3}$ ط نق^3

7. Cube: $V = e^3$

.7 حجم المكعب = الضلع × نفسه × نفسه

مثال 10.8: أوجد حجم كرة نصف قطرها 10 بوصة مقربًا الناتج إلى أقرب رقم صحيح.

Example 10.8: Find the volume, to the nearest integer, of a Sphere with radius of 10.

الحل: نفرض أن π = 3.14

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}(3.14)(10)^3 = 4187 \text{ in}^3$$

قائمة المصطلحات العلمية (إنجليزى/عربى)

(A)

Abscissa الإحداثيات
Addends المجموع
Addition الجمع
Angles أنواع الزوايا
adjacent المجاورة
complementary المتتامة
corresponding المتطابقة
supplementary المتكاملة
Area formula قوانين المساحات
Arithmetic to algebra الجبر الحسابى

(B)

Base numbers أساس الأعداد
Binomial ثنائية الحدود

(C)

Circumference formula قوانين المحيط
Combining like and unlike terms
إدماج الحدود المتشابهة وغير المتشابهة
Congruent triangles المثلثات المتطابقة

(D)

Deriving a linear equation
استنتاج المعادلات الخطية
Distance between two points
المسافة بين نقطتين
Division القسمة

(E)

Equations المعادلات
checking تحقيق المعادلة
consistent المعادلات المتجانسة
dependent المعادلات المستقلة
inconsistent المعادلات غير المتجانسة
linear المعادلات الخطية
of the first degree
معادلة خطية من الدرجة الأولى
quadratic معادلات الدرجة الثانية
radical الأصول الجذرية
roots of الجذور
rules of equality for solving
حل المعادلات باستخدام قاعدة التساوى
satisfying تحقيق المعادلة
solving equations حل المعادلات
translating verbal statements into
ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية
Evaluating expressions
التعويض فى المعادلات الجبرية
Exponents الأسس
Expressing operations algebraically
التعبير عن المعادلات الجبرية

(F)

Factoring التحليل إلى عوامل

about شامل

difference of two squares الفرق بين مربعين

binomials ثنائية الحدود

polynomials كثيرة الحدود

quadratic equations معادلات الدرجة الثانية

trinomials المعادلات ثلاثية الحدود

Factors العوامل

FOIL طريقة ضرب حدين

Fractions الكسور

adding الجمع

complex المركب

dividing القسمة

equivalent المكافئ

multiplying الضرب

reciprocal مقلوب العدد

reducing to lowest terms اختصار الحدود

rationalizing the denominator تحويل المقام إلى عدد نسبي

simplifying تبسيط الكسر

subtracting الطرح

terms الحدود

Formulas القوانين

area المساحة

circumference محيط الدائرة

perimeter محيط الأشكال الهندسية

volume الحجم

(G)

Geometry الهندسة المستوية

Graphs of linear equations تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

(I)

Identities المتشابهات

Intercept of a graph تقاطع مستقيمين

Interchanging numbers تبديل الأعداد

Introduction to geometry المدخل إلى الهندسة

Inverse operations to solve equations حل المعادلات بطريقة معكوس المعادلة

(L)

Linear equations المعادلات الخطية

Literal factors العامل المجهول

(M)

Midpoint of a segment منتصف الخط المستقيم

Monomials أحادية الحد

adding الجمع

definitions تعاريف

dividing القسمة

multiplying الضرب

subtracting الطرح

symbolizing the operations

التعبير عن المعادلات الجبرية بالرموز

using to solve problems

حل المسائل بالإشارات الجبرية

with exponents إشارة تشمل أس

Simple equations and solutions

حل المعادلات البسيطة

Square roots الجذر التربيعى

Subtraction الطرح

Symbols الرموز

(T)

Terms like and unlike

الحدود المتشابهة وغير المتشابهة

Triangles المثلث

Trigonometry حساب المثلثات

Trinomial ثلاثية الحدود

(V)

Verbal statements المعادلات الكلامية

Volume formula قوانين الحجوم

(X)

X coordinate الإحداثى السينى

X intercept التقاطع مع محور السينات

(Y)

Y coordinate الإحداثى الصادى

Y intercept التقاطع مع محور الصادات

Study Guides/Mathematics

When you don't have the time ... but you still need the grade!

If your life is too busy to spend hours ploughing through weighty textbooks, and you need every study minute to count, *Schaum's Easy Outline* is perfect for you! This super-condensed, high-torque study guide gives you what you need to know in a fraction of the time.

SUPER-IMPACT

Built for quick, effective study, this *Easy Outline* packs exciting new learning tools that make mastering elementary algebra fast, fun—and almost automatic.

SPEEDY

Quick-study experts slashed the time you need to spend with your books by reducing elementary algebra to the essentials the professor expects you to know. This *Easy Outline* is perfect for test preparation, pre-exam review, and handling those last-minute cram situations.

HI-QUALITY

Easy Outlines give you 100% of the authority of Schaum's full-sized guides, known around the world for the highest academic standards.

BACKPACK-ABLE STUDY POWER

Compact and portable, this *Easy Outline* lets you study elementary algebra anywhere.

SCHAUM'S GETS THE GRADE!

Let's talk bottom line. *Schaum's Easy Outlines* give you what you want—better grades, with less work, and more free time!

Get the essence of elementary algebra the easy way. *Schaum's Easy Outline of Elementary Algebra* helps you master elementary algebra with plenty of illustrations, memory joggers,and the newest, rapid-absorption teaching techniques. Backed by Schaum's reputation for academic authority, this is the study guide students turn to and trust. Students know that Schaum's is going to be there for them when they need it!

- Quick study tips
- Student-friendly style
- At-a-glance tables
- Perfect for test prep



The McGraw-Hill Companies

Visit us at: www.books.mcgraw-hill.com

Arabic version by:

International House for Cultural Investments S.A.E.

ISBN 977-282-144-3

